

Stofftransportbeiträge von inerten kugelförmigen Feststoffpartikeln
durch Konvektion und molekulare Diffusion beim Stoffübergang in der
laminaren Suspensions-Rohrströmung am Beispiel der Gaspermeation

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines
Doktor-Ingenieurs

am

Fachbereich Produktionstechnik
der

UNIVERSITÄT BREMEN

vorgelegt und genehmigt

Dipl.-Chem. Brigitte Haase

Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. K. Bauckhage

Korreferent : Prof. Dr.-Ing. E. Blaß

Tag der mündlichen Prüfung: 23. 9. 1985

Herrn Professor Dr.-Ing. K. Bauckhage, Universität Bremen,
danke ich herzlich für den Anstoß zu dieser Arbeit, für
die Betreuung und die tatkräftige Unterstützung gerade
in der Gründungszeit des Bereiches Produktionstechnik.

Mein Dank gilt auch Herrn Professor Dr.-Ing. E. Blaß,
Technische Universität München, der trotz der großen
Entfernung zwischen den beiden Universitäten das
Korreferat übernahm.

Ich danke den Kollegen im Fachbereich Produktionstechnik
und im Bereich Verfahrenstechnik für ihre Unterstützung,
insbesondere Herrn Dipl.-Ing. P. Schreckenber für die
unerschütterliche Zusammenarbeit an den Versuchsanlagen,
ferner Herrn Morzek, Herrn Zeh und ihren Mitarbeitern
in der Werkstatt für die sorgfältige Fertigung wichtiger
Anlagenteile. Ich danke Hiltrud Kallasch, die diese
Arbeit allen Schreibautomaten zum Trotz in den druck-
fähigen Zustand gebracht hat.

1.	<u>Einleitung</u>	1
2.	<u>Zur Einordnung der vorliegenden Arbeit</u>	3
2.1.	Erläuterung der Fragestellung	3
2.2.	Literaturübersicht	4
2.3.	Bisherige Vorstellungen zum Stofftransportbeitrag inerte kugelförmiger Partikeln in der laminaren Suspensions- Rohrströmung	9
3.	<u>Experimentelle Realisierung des Stoffübergangsproblems</u>	19
3.1.	Versuchsaufbau	21
3.2.	Versuchsprogramm	25
3.3.	Bemerkungen zur Meßgenauigkeit	33
4.	<u>Die laminare Suspensions-Rohrströmung</u>	39
4.1.	Fest-/Flüssig-Entmischung	41
4.2.	Die entmischte Suspensions-Rohrströmung	43
4.2.1	Die Gleichgewichtszone in der entmischten Suspensions- Rohrströmung	46
4.2.2	Der Einfluß der Feststoffkonzentration	47
4.2.3	Der Einfluß von Dichtedifferenzen zwischen Feststoff und Flüssigkeit	50
4.2.4	Nähere Betrachtung der feststofffreien Wandzone	52
4.2.5	Feststoffverteilung in der waagrechten Rohrströmung	54
5.	<u>Stoffübergang in feststofffreien und in feststoffhaltigen Rohrströmungen</u>	58
5.1.	Stoffübergang in der feststofffreien laminaren Rohrströmung	60
5.1.1	Einordnung der eigenen Meßwerte zum Stoffübergang in der feststofffreien laminaren Rohrströmung	63
5.1.2	Einige Bemerkungen zum Verhalten des Wand-Partialdrucks p_{fw} der Übergangskomponente in der flüssigen Phase	64
5.1.3	Zur Berechnung eines Effektivwertes des Wandpartialdrucks p_{fw}^* in der strömenden flüssigen Phase	67
5.2	Stofftransport in der laminaren Suspensions-Rohrströmung	72
5.2.1	Der Einfluß der Feststoffvolumenkonzentration auf den Stoffübergang in der Suspensionsströmung	76
5.2.2	Der Einfluß von Dichtedifferenzen zwischen Fluid und Feststoff in der bereits entmischten Suspension	79
5.2.3	Erweiterung des untersuchten Rohr-Reynoldszahlen-Bereiches: Der Stoffübergang bei kleinen und großen Werten von Re_R	85

6.	<u>Diskussion des Stofftransportbeitrages einer inerten rotierenden Kugel in einem vorgegebenen Konzentrationsprofil</u>	89
6.1.	Die Umströmung eines rotierenden Zylinders im ebenen parabolischen Geschwindigkeitsprofil	90
6.2.	Die Oberflächengeschwindigkeiten der rotierenden Kugel und die Fluidgeschwindigkeiten in dreidimensionaler Darstellung	94
6.3.	Die Rolle der mitrotierenden hydrodynamischen Grenzschicht bei der Verbesserung des Stofftransportes durch ein stationär rotierendes Teilchen	98
6.4.	Die Stoffübergangserhöhung in der entmischten Suspensionsströmung als pauschale Verringerung des Stofftransportwiderstandes gegenüber der feststofffreien Poiseuille-Strömung	101
6.4.1	Die Verringerung des Stofftransportwiderstandes durch stationäre Partikel-Eigenrotation unter Berücksichtigung von Feststoff-Volumenkonzentration, Partikelanzahl und -durchmesser in der nicht-sedimentierenden Suspensionsströmung	105
6.4.2	Der Einfluß der Rohrlänge auf den Stofftransportbeitrag stationär rotierender Feststoffpartikeln - eine Abschätzung der längenabhängigen Konstante $C(l)$	109
6.4.3	Die Verringerung des Stofftransportwiderstandes durch stationäre Partikel-Eigenrotation unter Berücksichtigung geringer Dichtedifferenzen zwischen Fluid und Feststoff: Der Einfluß des Teilchenschlupfes	114
6.5.	Der Einfluß instationärer Partikelbewegungen	117
6.5.1	Stofftransportbeiträge durch instationäre Partikel-Querbewegungen während der Fest-/Flüssig-Entmischung: "Verdrängungstransport"	117
6.5.2	Die Rolle der mitrotierenden Hüllschicht beim Stofftransportbeitrag von Partikeln, die sich quer zur Hauptströmungsrichtung bewegen	121
6.5.3	Zum Einfluß der Rohrlänge auf den Stofftransport in der nicht-entmischten Suspensionströmung	124
6.5.4	Instationäre Partikel-Querbewegung und Schlupf in der waagrechten Rohrströmung sedimentierender Suspensionen	128
7.	<u>Zusammenfassung</u>	130
	Literaturverzeichnis	134
A.	<u>Anhang</u>	138
A.1	Zusammenstellung der Meßergebnisse	A1
A.2	Fehlerrechnung	A11
A.3	Zur Definition des Stoffübergangskoeffizienten	A14
A.4	Zur reibungsfreien Umströmung des rotierenden ebenen Zylinders in einem ebenen parabolischen Geschwindigkeitsprofil	A15
A.5	Die Oberflächengeschwindigkeiten einer rotierenden Kugel im Vergleich zur Geschwindigkeitsverteilung der ungestörten Laminarströmung	A19
A.5	Vergleich der Meßdaten von Singh-Ahuja und Obermayer mit den eigenen Werten	A23

Häufig benutzte Formelzeichen

C	Konstanten
C _p	Permeationskoeffizient
C _s	Löslichkeits-(Solvatations-)Koeffizient
C _w	Widerstandsbeiwert
c	Molkonzentration
c _s	Feststoff-Volumenkonzentration
c _s	Sättigungskonzentration
D	molekularer Diffusionskoeffizient
d	(Partikel-)durchmesser
E ₀	Elastizitätsmodul
Δh	Druckhöhe
J	Strom
j	Stromdichte
K	(thermodynamische) Gleichgewichtskonstante
k	Geschwindigkeitskonstante
l	Länge der Stoffübergangsmeßstrecke
l _E	Länge der stoffübergangsfreien Einlaufstrecke
l _c	stoffliche (Konzentrations-)Einlaufänge
l _u	hydrodynamische Einlaufänge
l _s	Fest-/Flüssig-Entmischungslänge
N	Anzahl
P	Gesamtdruck, hydrostatischer Druck
p	Partialdruck der Übergangskomponente
R	Rohrradius
R ⁰	allgemeine Gaskonstante
r	Radienkoordinate
r ⁺	Gleichgewichtsradius
S	Oberfläche
s	Dicke der feststofffreien Wandzone

T	Temperatur
u	Geschwindigkeit
Δu_{Si}	Simha-Schlupf
$\Delta u_{s\infty}$	Sinkgeschwindigkeit eines Teilchens im ∞ ausgedehnten Fluid
V	Volumen
$\dot{V}$	Volumenstrom
W^*	Formänderungsarbeit
x	axiale (Rohr-)Koordinate
x^*	charakteristische Länge
$x_{1,2,3}$	(kartesische) Raumkoordinaten

β	Stoffübergangskoeffizient
δ	Dicke der hydrodynamischen Grenzschicht (Hüllschicht) um die rotierende Kugel
δ_{diff}	Dicke der Diffusionsgrenzschicht
η	dynamische Viskosität
Φ, Ψ	Geschwindigkeitspotentiale
θ, φ	Winkel
κ	Zirkulation
$\bar{\mu}$	chemisches Potential
ν	kinematische Viskosität
ω	Winkelgeschwindigkeit
ρ	Dichte
σ	Normalspannung
ϵ	Dehnung
$\bar{f}$	mittlere Konzentrations-, Partialdruckdifferenz der Übergangskomponente in der flüssigen Phase

Häufig benutzte Indizes

d	Partikel-
$O; E$	Anfangs-(ungestörter)Zustand; Endzustand
f	flüssige Phase
g	Gasphase
R	Rohr-

s	Feststoff-, Suspensions-
w	Wand-, Membranphase

Dimensionslose Kenngrößen

Nu	Nusseltzahl
Pe	Pécletzahl
Pr	Prandtlzahl
Re	Reynoldszahl
Sc	Schmidtzahl
Sh	Sherwoodzahl
z	Einlaufkennzahl



1. Einleitung

Entscheidende Teilschritte im Ablauf natürlicher Prozesse bestehen aus Transportvorgängen, die sich über die Grenze zweier benachbarter Phasen erstrecken. Im Organismus finden Stoff- und Wärmeaustauschvorgänge in wässriger Phase, aber auch durch biologische Membranen statt; vielfach sind spezialisierte Träger, wie Eiweißkörper oder auch ganze Zellen, wie rote und weiße Blutkörperchen, daran beteiligt. Dabei müssen die unterschiedlichsten Stoffe transportiert werden, wie etwa gelöste Gase (Sauerstoff, Kohlendioxid), Ionen (Na^+ , K^+), organische Moleküle (Kohlenhydrate, Fette, Proteine) oder auch chemisch gebundene Energie in Form energiereicher Phosphatverbindungen.

Technisch realisierte Transportvorgänge in mehrphasigen Systemen decken ebenfalls ein weites Spektrum hinsichtlich der beteiligten Stoffe und Systembedingungen ab. Die Spanne reicht von der "uralten" Biotechnologie zur Nutzung der alkoholischen Gärung bis hin zu modernen Hochtemperaturverfahren der heterogenen Katalyse. Während man in der präparativen Chemie noch nach dem Prinzip arbeitet "Was nicht gelöst ist, kann auch nicht reagieren", nehmen mehrphasige Verfahren längst in allen Stufen der Produktionsprozesse, von der Aufbereitung über die chemische Umsetzung bis hin zur Raffination und zu Recycling-Verfahren einen immer größeren Raum ein.

Grundoperationen wie die Kristallisation, das Eindampfen und das Lösen von Feststoffen in geeigneten Lösungsmitteln, wie die Rektifikation und die Fest-/Flüssig-Extraktion, deren Realisierung immer wieder vor neue Probleme stellt, beinhalten mehrphasige Transportvorgänge. Mehrphasenreaktoren existieren als Festbett- oder als Wirbelbett-Reaktoren. In diesen Zusammenhang gehört auch die Wirkungsweise von Ionenaustauschern zur Reinigung belasteter Abwässer.

Von großem Interesse ist ferner das Verhalten von fein zerstäubten Flüssigkeiten (Lacktröpfchen, Flüssigmetalltropfen) und Feststoffen (Zementationsverfahren in der Metall-Aufbereitung) im umgebenden Medium (hier Luft, da Edelgasatmosphäre, dort Wasser). Die mangelnde Berücksichtigung der spezifischen Eigenschaften mehrphasiger Strömungen kann zu unerwarteten Schäden in Apparaturen und Leitungssystemen führen; Beispiele sind die Erosions- und die Kavitationskorrosion in feststoff- oder gashaltigen Flüssigkeitsströmungen.

Mehrphasige Verfahren kennt man auch in der Analytik; das herausragende Beispiel liefert die Polarographie, mit deren Hilfe auf elektrochemischem Wege an Quecksilbertropfen als Arbeitselektrode Spurenanalysen durchgeführt werden. An rotierenden Scheiben- und Ringelektroden kann Aufschluß über die Kinetik chemischer Reaktionen gewonnen werden. Zur Auslegung von Anlagen ist es unerläßlich, das Verständnis von Transportvorgängen in mehrphasigen Systemen zu vertiefen. In der Vergangenheit konnten immer wieder wenig selektive, einphasige Verfahren erfolgreich durch mehrphasige, hoch selektiv arbeitende Prozesse ersetzt werden, wie dies durch die heterogene Katalyse oder auch bei der Produktion biologisch wirksamer Substanzen durch die neuen Verfahren der Biotechnologie geschieht.

Die vorliegende Arbeit behandelt einige grundlegende Aspekte des Stofftransportes in der mehrphasigen Strömung unter Randbedingungen, die in erster Linie die Hydrodynamik der Strömung und des Stofftransportvorganges betreffen. In der untersuchten Suspensionsströmung treten keine oder nur geringe Dichtedifferenzen zwischen der Trägerflüssigkeit und den suspendierten kugelförmigen Feststoffpartikeln auf, so daß sich sowohl die Partikelumströmung wie auch das Strömungsverhalten der Suspension im laminaren Bereich befinden. Damit weist der untersuchte Stofftransportvorgang einige Ähnlichkeit mit biologischen Stoffaustauschvorgängen wie etwa dem Gasaustausch in der Blutströmung auf. Im hier behandelten Fall nehmen die Partikeln allerdings nicht aktiv - als Quelle oder Senke für die zu transportierende Komponente - teil, wie dies beim Gastransport unter Mitwirkung der Erythrozyten durch die Regelung der Konzentrationsverhältnisse im Blutplasma geschieht. Folglich beschränkt sich die vorliegende Arbeit auf den Zusammenhang zwischen der Hydrodynamik der laminaren Suspensions-Rohrströmung und der Erhöhung des Stoffübergangs als Folge der Eigenbewegungen der mittransportierten Partikeln. Die Transportverhältnisse in der feststofffreien laminaren Rohrströmung stellen den Maßstab für die Einordnung und die Bewertung der Ergebnisse der feststoffhaltigen Rohrströmung dar.

2. Zur Einordnung der vorliegenden Arbeit

2.1. Erläuterung der Fragestellung

Transportvorgänge in Mehrphasenströmungen werden in der vorliegenden Arbeit mit Hilfe eines stark vereinfachten Modells behandelt: Gefragt ist auch dem Beitrag sehr "idealisierter Feststoffpartikeln in einem vergleichsweise gut beschriebenen Strömungssystem mit den folgenden Eigenschaften:

- die untersuchten Feststoffpartikeln sind sämtlich kugelförmig und von einheitlich kleinem Durchmesser; in der Trägerflüssigkeit herrscht eine bekannt niedrige Feststoff-Volumenkonzentration;
- die Dichte der Partikeln unterscheidet sich nicht oder nur geringfügig von der Dichte der umgebenden Flüssigkeit;
- die Partikeln sind inert hinsichtlich der zu transportierenden Übergangskomponente: an ihrer Oberfläche findet weder eine Absorption noch eine chemische Reaktion statt; sie wirken in der umgebenden Flüssigkeit weder als "Quelle" noch als "Senke" für die Übergangskomponente;
- bei der untersuchten Flüssigkeitsströmung handelt es sich um die hinsichtlich ihres Stofftransportverhaltens bekannte laminare Rohrströmung (Kreisquerschnitt) von wässrigen Lösungen geringer Viskosität und Dichte.

Die Fragestellung lautet: In welcher Hinsicht bestimmen die Strömungsbedingungen der Flüssigkeit unter Berücksichtigung des Verhaltens des suspendierten Feststoffs den Transport einer dritten Komponente - der Übergangskomponente - in Richtung der Rohrwand? Damit unterscheidet sich die Fragestellung auf den ersten Blick von solchen Stoffübergangsproblemen, wie sie etwa im Zusammenhang mit der Kristallisation oder auch der heterogenen Katalyse entstehen. Dort ist in erster Linie der Zusammenhang von Strömungsbedingungen und Partikeleigenschaften in Hinsicht auf den Stofftransport in Richtung des festen Kristallkeims oder des Katalysatorteilchens von Interesse.

In den aufgeführten Bedingungen ist implizit eine Einschränkung hinsichtlich der zu erwartenden Wirkung der Feststoffteilchen enthalten: Die Partikeln sind so beschaffen, daß die Ursache für einen gegenüber

der feststofffreien Strömung veränderten Stofftransport weniger in einer weitreichenden Mischwirkung der Teilchen als vielmehr in veränderten Konzentrationsverhältnissen in ihrem Nahbereich, also unmittelbar an der Partikeloberfläche, zu suchen ist. Die im Vergleich zum Rohrdurchmesser kleinen Partikeln müssen somit hinreichend verteilt im Meßstreckenvolumen sein. Da also primär die Stofftransportverhältnisse in unmittelbarer Umgebung des Teilchens berührt sind, gewinnt die zu untersuchende Problematik auch für solche Mehrphasenströmungen Interesse, bei denen Feststoffpartikeln aktiv am Stofftransport teilnehmen.

2.2. Literaturübersicht

Stofftransportbeiträge von Feststoffpartikeln, die in einer Flüssigkeitsströmung transportiert werden, werden unter unterschiedlichen Gesichtspunkten in der Literatur behandelt. Auf der einen Seite sind experimentelle Arbeiten (z.B. /1/ bis /7/) zu nennen, in denen - ohne näheres Eingehen auf die in der Suspension ablaufenden Bewegungsvorgänge - über integrale Stofftransportmessungen an feststoffhaltigen Systemen in verschiedenen Geometrien (Rohr-, Kanal- und Rechteckkanalströmung) berichtet wird. Eine Reihe von Autoren versucht, speziell für die Transportvorgänge im strömenden Blut bei Anwesenheit der roten Blutkörperchen Erklärungsmodelle zu finden (/8/ bis /20/). Im Zusammenhang damit stehen Arbeiten, die sich weniger mit dem Stofftransportverhalten der mittransportierten Partikeln als vielmehr mit dem Bewegungsverhalten der Feststoffteilchen in der laminaren Rohrströmung befassen (/21 bis /23/). Auf der anderen Seite findet man eher theoretische Untersuchungen zum Stofftransportverhalten rotierender Partikeln, die in modellhaften, nicht-berandeten Strömungen transportiert werden (/24/ bis /26/).

Beiträge zum Stoff- und Wärmetransport quer zur Hauptströmungsrichtung aufgrund der Anwesenheit suspendierter Partikeln wurden sowohl für laminare (/1/ bis /3/, /8/ bis /15/) als auch für turbulente (/6/, /7/) Strömungen wie auch unter dem Einfluß der für die Blutströmung interessanten Pulsation /11/ ermittelt.

Postlethwaite und Holder /6/, /7/ beschreiben die Stoffübergangsverbesserung am Beispiel einer stofftransportbestimmten Korrosionsreaktion in der turbulenten Suspensions-Rohrströmung sowohl in waagrechten /6/ wie auch in vertikalen /7/ Rohren. Der von den Autoren eingesetzte Feststoff wies, da er aus Glas oder Sandpartikeln sowie aus Eisenschrot bestand, eine deutlich höhere Dichte als das transportierende Fluid (Wasser) auf; die untersuchten Strömungsgeschwindigkeiten waren doppelt so hoch wie die kritische Absetzgeschwindigkeit. Die interessierenden Stoffübergangsdaten wurden durch Messung des strömungsabhängigen Diffusionsgrenzstromes des in der kathodischen Teilreaktion reduzierten Sauerstoffs bestimmt. Die Autoren interpretieren die gefundenen Stoffübergangsverbesserungen als Folge von Partikelbewegungen, wobei Feststoffteilchen in den Bereich der viskosen Unterschicht eindringen und diesen stören. Postlethwaite und Holder fanden keine signifikanten Unterschiede der Partikelbeiträge in der waagrechten oder in der vertikalen Rohrströmung, wobei Abweichungen im einzelnen auf örtlich unterschiedliche Feststoffkonzentrationen in der waagrechten Strömung zurückgeführt werden. Die Stoffübergangsverbesserung wächst mit wachsender Feststoffkonzentration, nimmt aber bei den untersuchten Korngrößen mit wachsendem Partikeldurchmesser ab.

Bei der Untersuchung des Stoffübergangsverhaltens laminar strömender Suspensionen wird zumeist an den Transport der Atemgase CO_2 und O_2 im Blut angeknüpft (z.B. /8/ bis /20/), wobei Feststoffpartikeln von der gleichen Dichte wie das umgebende Fluid modellhaft die roten Blutkörperchen darstellen sollen. Dabei wird häufig nicht darauf eingegangen, daß letztere zum einen die gelösten Gase chemisch binden und je nach den Mediumsbedingungen wieder abgeben (also aktiv am Gesamttransport teilnehmen), und daß sie zum anderen nicht ohne weiteres als starre Körper zu behandeln sind. Als Ursache für die Stoffübergangserhöhung wird ein konvektiver Transportbeitrag der Partikeln angesehen, der entweder durch die Teilchenrotation oder aber durch Wechselwirkungen der Partikeln untereinander zustande kommt. Alle Autoren betonen, daß das parabolische Geschwindigkeitsprofil bis zu relativ hohen Feststoffkonzentrationen ($c_s \leq 11 \text{ Vol\%}$) nicht beeinträchtigt wird (z.B. /1/ bis /3/, /27/). Hsu et al. /10/ bestimmen nach Keller /9/ einen effektiven Diffusionskoeffizienten der Suspension, der - im Gegensatz zu /1/ bis /3/, /18/ - kaum von dem allerdings sehr kleinen Wert des Schergradienten abhängen soll; betont wird der positive Einfluß der hohen Feststoffvolumenkonzentration (bis zu 30 Vol%). Im Gegensatz zu

Postlethwaite, der sich allerdings mit dem Stoffübergangsverhalten der turbulenten Suspensionsströmung beschäftigte, berichten Hsu et al. von einem positiven Einfluß der Teilchengröße auf die Stoffübergangserhöhung bei im übrigen konstanter Feststoffvolumenkonzentration.

Theoretische Untersuchungen zum Stofftransportverhalten eines Feststoffteilchens, das gegenüber der Übergangskomponente inert ist und in einer berandeten Strömung mit einem Geschwindigkeits- und Konzentrationsprofil transportiert wird, sind bisher nicht bekannt. Eingehender behandelt wurde allerdings der Stofftransport an einem aktiv wirkenden Teilchen in verschiedenen Geschwindigkeitsverteilungen; hier sind vor allem die Arbeiten von Batchelor /24/ sowie von Acrivos und Poe /25/, /26/ zu nennen.

Dabei galten für die zu berechnenden Konzentrationsverteilungen (bzw. Stoffströme) folgende Bedingungen:

$$c = c_0 \quad \text{an der Oberfläche der Partikel}$$

$$c = c_1 \gtrsim c_0, \quad c_1 = \text{const} \quad \text{in ausreichender Entfernung vom Teilchen (} x \rightarrow \infty \text{)}.$$

Dabei ist c_0 die Konzentration der Übergangskomponente an der Oberfläche der Partikel und c_1 ihre Konzentration in ausreichender Entfernung vom Teilchen ($x \rightarrow \infty$). Sehr ähnliche Randbedingungen ergeben sich in der Praxis etwa beim Auflösen eines Feststoffs in einer strömenden Flüssigkeit oder auch bei der Kristallisation. Vereinfachend wurde in den zitierten Arbeiten davon ausgegangen, daß sich die Größe des reagierenden Teilchens nicht ändert.

Auf den ersten Blick scheinen diese Randbedingungen mit dem Verhalten einer inerten Partikel in einem "von außen aufgegebenen" Konzentrationsprofil nicht viel gemein zu haben; doch ergeben sich unter bestimmten Bedingungen Anknüpfungspunkte für einen Vergleich. Ähnliche (Um-)Strömungsbedingungen entstehen, wenn die Relativgeschwindigkeit einer Partikel klein ist gegenüber dem Fluid, so daß das Stokes'sche Widerstandsgesetz gilt, und die Teilchen-Reynoldszahl Re_d , die als

das Verhältnis von Trägheits- und Reibungskräften zu interpretieren ist und als

$$Re_d = \frac{u_s \cdot d}{\nu_f} \quad (2.1)$$

definiert ist, klein ist, nämlich: $Re_d < 1$. Dabei ist u_s die Sinkgeschwindigkeit des Teilchens im unendlich ausgedehnten Fluid, d der Teilchendurchmesser und ν_f die kinematische Viskosität des Fluids.

Der Stoffübergang an einem aktiven Feststoffteilchen wird allgemein dann beeinträchtigt, wenn das Teilchen rotiert und - im Gegensatz zur reinen Translationsbewegung - um die Partikel herum geschlossene Stromlinien auftreten. Dieser Effekt behindert den konvektiven An- oder Abtransport der Übergangskomponente: beim Transport durch ein Gebiet geschlossener Stromlinien ist nach /25/, /26/ die molekulare Diffusion geschwindigkeitsbestimmend.

Auch die in der Suspensions-Rohrströmung transportierten inerten Partikeln rotieren aufgrund des in der Strömung herrschenden Schergradienten. Wie in /24/ ist auch hier die Pecletzahl, die das Verhältnis von konvektivem zu diffusivem Stofftransport beschreibt, groß.

$$Pe_d = \frac{u_s \cdot d}{D_f} \quad (2.2)$$

D_f ist der molekulare Diffusionskoeffizient der Übergangskomponente im Fluid. Im Zusammenhang mit kleinen Teilchen-Reynoldszahlen wird der große Wert der Pecletzahl durch die geringe Größe des Diffusionskoeffizienten der Übergangskomponente verursacht. Dieses Spezifikum hat deutliche Konsequenzen für den Stofftransport an einem rotierenden Teilchen: Während bei großen Werten der Diffusionsgeschwindigkeit ($Pe_d \gg 1$) geringe konvektive Transportbeiträge in der Umgebung eines Teilchens, wie sie etwa bei bestimmten Unregelmäßigkeiten der Rotationsbewegung auftreten, in erster Näherung keine transportverbessernden Folgen haben, sind diese bei sehr kleinen Diffusionsgeschwindigkeiten nicht mehr zu vernachlässigen. Dann verursachen kleine Veränderungen in der Partikelumströmung durchaus merkliche Stoffübergangsverbesserungen.

Bei großen Pecletzahlen ist die Stoffstromdichte an einer rotierenden Kugel dann konstant, wenn um den Festkörper ein Gebiet geschlossener Stromlinien auftritt; der dominierende Transportmechanismus ist dann die molekulare Diffusion. So gilt nach Poe und Acrivos /25/, /26/ für die dimensionslose Stoffstromdichte an einem kugelförmigen Teilchen, welches in einer zweidimensionalen, einfachen Scherströmung (mit konstantem Schergradienten du/dx) mit der Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_s = 1/2 (du/dx) \quad (2.3)$$

um eine Achse normal zur Hauptströmungsrichtung rotiert:

$$Sh_d = 4,5 = \text{const} \quad \text{für } Pe_d \gg 1 \quad (2.4)$$

- Die Sherwoodkennzahl Sh ist definiert als

$$Sh = \frac{\beta \cdot x^*}{D} \quad (2.5)$$

mit dem Stoffübergangskoeffizienten β , einer charakteristischen Länge x^* und dem Diffusionskoeffizienten D der Übergangskomponente im Medium. Sie stellt den Bezug zwischen der Gesamt-Stofftransportgeschwindigkeit und der Diffusionsgeschwindigkeit der Übergangskomponente in Form des molekularen Diffusionskoeffizienten dar. Während Sh (ohne Index, mit $x = 2R$) von hier an auf die Rohrgeometrie zu beziehen ist, bezeichnet Sh_d mit $x = d$ die Stofftransportrate an einem individuellen Teilchen unter den oben aufgeführten Randbedingungen."

Weder liegen in der Literatur bisher detaillierte theoretische Ergebnisse für die entsprechenden dreidimensionalen Strömungsfelder vor, noch sind hierzu experimentelle Untersuchungsergebnisse bekannt geworden.

Für das Zustandekommen diffusiver oder konvektiver Stofftransportbeiträge von inerten kugelförmigen Partikeln stellen sich damit die folgenden Fragen:

- Wie ist der konvektiv-diffusive Transport einer Übergangskomponente durch ein Gebiet geschlossener Stromlinien in einem von außen aufgegebenen Konzentrationsprofil zu bewerten?
- Zu beachten ist, daß sich in der zu untersuchenden Rohrströmung die Konzentration der Übergangskomponente nicht nur in radialer, sondern auch in axialer Richtung ändert.

- Welche Eigenschaften des Feststoffes und/oder der transportierenden Flüssigkeit sind möglicherweise geeignet, das die Kugel umgebende Gebiet geschlossener Stromlinien so zu stören, daß daraus konvektive Transportbeiträge resultieren können?

Eine Verbindung zwischen den zitierten theoretischen und experimentellen Ergebnissen kann im Rahmen dieser Arbeit nur qualitativ angegeben werden, dies umso mehr, als der Transportbeitrag einer inerten rotierenden Partikel nicht allein von ihrer Umströmung bestimmt wird (wie dies durch die Wahl der Randbedingungen der theoretischen Untersuchungen festgelegt wird), sondern zusätzlich auch von der Beschaffenheit der Konzentrationsverteilung in ihrer Umgebung.

Während bei einem in einer Flüssigkeitsströmung transportierten aktiven Feststoffteilchen erst einmal die Effektivität des Ab- oder Antransportes von Materie unabhängig von der Richtung dieses Transportes interessiert, ist bei dem inerten Teilchen, das sich in einem von außen aufgegebenen Konzentrationsprofil bewegt, der Transportmechanismus um das Teilchen herum in eine vorgegebene Richtung gefragt (hier: in Richtung der permeablen Membran-Rohrwand). Beiden Fragestellungen gemeinsam sind die hydrodynamischen Randbedingungen der Partikel-Umströmung, die in beiden Fällen eine Grundlage für die Untersuchung des jeweiligen Stofftransportproblems bilden.

2.3. Bisherige Vorstellungen zum Stofftransportbeitrag inerter kugelförmiger Partikeln in der laminaren Suspensions-Rohrströmung

Die von der Länge der Stoffübergangsstrecke abhängige radiale Konzentrationsverteilung im durchströmten Rohr, auf die ein inertes Feststoffteilchen mit für die Übergangskomponente permeablen Wänden trifft, entspricht in erster Näherung - zumindest bei sehr kleinen Feststoffkonzentrationen - derjenigen in einer feststofffreien laminaren Rohrströmung. Derartige radiale und axiale Konzentrationsverteilungen wurden kürzlich von Obermayer /45/ mit Hilfe eines modifizierten Crank-Nicholson-Verfahrens numerisch berechnet. Wegen des zeitlichen Zusammentreffens beider Arbeiten konnten die Ergebnisse der Obermayer'schen Berechnungen hier nicht mehr detailliert verarbeitet werden.

Da bisher nicht auf eine einheitliche und widerspruchsfreie Darstellung und Interpretation des Stofftransportbeitrages inerter Partikeln in einer Flüssigkeits-Rohrströmung zurückgegriffen werden kann, beschäftigt sich die vorliegende Arbeit mit der Klärung dieses Problems. Allerdings muß die quantitative Auswertung der in der Flüssigkeitsströmung anzutreffenden Konzentrationsverteilung im Zusammenhang mit experimentellen Daten den zukünftigen Arbeiten nachfolgender Autoren überlassen bleiben.

Mit den Ergebnissen von Obermayer /45/ liegen zwar für die feststofffreie Strömung inzwischen längenabhängige, radiale Konzentrationsprofile für das idealisierte ($c_s = 0$) Stoffübergangsproblem vor. Da diese Rechenergebnisse aber experimentell bisher nicht bestätigt werden können und da andererseits bei Auftreten von Feststoffpartikeln die berechneten Konzentrationsprofile naturgemäß - und für die eigenen Betrachtungen notwendig - gestört werden müssen, bleiben die eigenen Untersuchungen vorerst qualitativ. Die Darstellung der Stoffübergangsergebnisse erfolgte in Anlehnung an Collingham /1/, /2/ sowie Singh-Ahuja /3/, /27/ pauschal und beruht auf der Berechnung der mittleren Stoffstromdichte in Richtung der Membranwand, bezogen auf die gesamte Rohr-Innenfläche. Damit bezieht sich die aus den experimentellen Daten zu gewinnende Information primär auf die Wirkung des gesamten Partikelkollektivs im Rohr. Nichtsdestoweniger ist der Transportbeitrag eines inerten Feststoffteilchens ein in hohem Grade lokales Ereignis. Dies wird bei der abschließenden Bewertung des Partikelbeitrags zum Stofftransport zu beachten sein. Eine pauschale Vorgehensweise ist bisher jedoch bei allen zitierten Autoren zu finden.

Im Bewußtsein der Problematik, Stofftransportraten ohne die Kenntnis der örtlichen Konzentrationsverteilungen mit Hilfe integraler Größen wie der mittleren Stoffstromdichte oder der dimensionslosen Sherwood-Kennzahl zu beschreiben, verzichtete Obermayer /45/ gänzlich auf eine verallgemeinerbare Darstellung seiner Versuchsergebnisse, sowohl für die von ihm eingehend untersuchten reinen Flüssigkeitströmungen als auch für die verschiedenen Suspensionsströmungen. Obermayer beschränkt seine Darstellung auf die Angabe der Volumenkonzentration der Übergangskomponente in der Aufnehmerphase des Trägergases und bezieht diese Größe auf die Anfangs-Molkonzentration in der Flüssigkeit. Er stellt die durch den Partikelbeitrag geleistete Stoffübergangserhöhung

als eine additive Erhöhung der Volumenkonzentration der Übergangskomponente im Trägergas dar. Das Verhältnis der beiden Meßwerte, der Volumenkonzentration der Übergangskomponente im Trägergas und der Anfangskonzentration in der Flüssigkeit, ist in hohem Maße abhängig von den Versuchsbedingungen oder auch von Stoffwerten; diese sind im wesentlichen:

- der Volumenstrom des Trägergases
- die Permeabilität des Membranschlauches
- die Löslichkeit der Übergangskomponente in der flüssigen Phase sowie
- die Geometrie der Versuchsanlage.

Da diese Größen ausnahmslos bekannt sind, sollte es keine Probleme bereiten, die Stofftransportraten unabhängig von ihnen darzustellen. Die Obermayer'schen Meßergebnisse sind in der von ihm gewählten Darstellung dagegen nur nach etwas mühsamen Umrechnungen mit den Ergebnissen anderer Autoren, wie etwa Singh-Ahuja und Collingham, zu vergleichen.

Die Verwendung integraler Meß- und Rechengrößen ermöglicht demgegenüber eine verallgemeinerbare Beschreibung der Stofftransportraten, den Vergleich der eigenen Versuchsergebnisse mit denjenigen der zitierten Autoren sowie eine Interpretation des Stofftransportbeitrages der Feststoffpartikeln, unabhängig von den Mechanismen der Permeation der Übergangskomponente durch das Membranmaterial und ihres Abtransportes in der strömenden Trägergasphase.

Keller /8/ diskutierte den Einfluß der im strömenden Blut transportierten Zellen (z.B. rote und weiße Blutkörperchen) auf den Transport von niedermolekularen Substanzen (z.B. der Atemgase CO_2 und O_2) wie auch von voluminösen Makromolekülen (Proteinen), deren Diffusionskoeffizienten in wässrigen Medien um Größenordnungen kleiner sind. Erhöhter Stofftransport aufgrund der Anwesenheit mehr oder weniger "starrer" Zellen läßt sich nach Keller auf zwei Ursachen zurückführen: Zum einen führen die im Blut transportierten Zellen Eigenrotationsbewegungen gemäß dem herrschenden Schergradienten durch, zum anderen kollidieren Zellen untereinander wie auch mit der Berandung der Strömung. Dies gilt für solche Teilchen, die sich vereinzelt und irregulär innerhalb einer ansonsten partikelfreien Zone (engl.:

skimming layer) in unmittelbarer Wandnähe bewegen und dort als Rührzellen wirken.

Keller schätzt den Transportbeitrag rotierender Zellen auf eine einfache aber wirkungsvolle Weise ab - das Ergebnis wurde qualitativ von den experimentellen Arbeiten von Singh-Ahuja und Collingham auf der einen - sowie Hsu et al. auf der anderen - Seite bestätigt. Die rotierenden Zellen werden als inerte, starre kugelförmige Partikeln betrachtet; dabei werden die hydrodynamischen Randbedingungen der Teilchenumströmung keiner eingehenderen Analyse unterzogen. Keller ordnet den Zellen eine mit gleicher Winkelgeschwindigkeit rotierende Grenzschicht zu, durch die ein konvektiver Stofftransportbeitrag quer zur Hauptströmungsrichtung geleistet werden kann. In Analogie zum häufig verwendeten turbulenten Diffusionskoeffizienten des turbulenten Stofftransportes definiert Keller einen partikelinduzierten Diffusionskoeffizienten, für den gilt:

$$D_S = 0,18 (d/2)^2 \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R} \quad (2.6)$$

dieser ist also proportional dem Quadrat des Teilchenradius' und dem Schergradienten der Strömung.

Nach Kellers eigenen Angaben läßt seine Abschätzung nur eine Aussage darüber zu, ob Partikeln überhaupt in der Lage sind, einen positiven Stofftransportbeitrag zu leisten. Aus Gleichung 2.6 wird für die Rohrströmung mit der Rohr-Reynoldszahl Re_R und der Schmidtzahl Sc_f sowie dem Diffusionskoeffizienten der Übergangskomponente in der reinen Flüssigkeit D_f :

$$D_S/D_f \approx 0,36 Re_R \cdot Sc_f \cdot (d/2R)^2 \quad \text{mit } Sc_f = \nu_f/D_f \quad (2.7)$$

Nur wenn der Schergradient der Strömung und/oder der Teilchendurchmesser hinreichend groß sind, ist nach /9/ der partikelinduzierte Diffusionskoeffizient D_S größer als der Diffusionskoeffizient der reinen Flüssigkeit D_f , und nur dann ist ein Stofftransportbeitrag von rotierenden Partikeln mit positiven Auswirkungen auf den Gesamttransport denkbar. Danach ist in den von Keller betrachteten Strömungen eine Verbesserung des Gastransportes bei gegebenen kleinen Schergradienten und Partikeldurchmessern ($d/2 = 4 \mu\text{m}$) aufgrund der Teilchenrotation nicht zu erwarten, da die Diffusionsgeschwindigkeit der

Übergangskomponente O_2 gegenüber der Geschwindigkeit des partikel-induzierten Transportes zu groß wäre. Nur der Transport großer Moleküle (wie der Proteine) könnte wegen des kleinen Diffusionskoeffizienten eine Verbesserung erfahren.

Neben dem Mangel der ein wenig undifferenzierten Betrachtung der Teilchenumströmung erscheint bei /9/ die Einordnung eines konvektiven Transportbeitrages der das Teilchen umhüllenden Flüssigkeits-Grenzschicht als Ursache für die Vergrößerung des molekularen Diffusionskoeffizienten widersprüchlich. Der Diffusionskoeffizient läßt sich thermodynamisch interpretieren als die Änderung des chemischen Potentials der Komponente i bei konstantem Druck und konstanter Temperatur mit der Konzentration:

$$D_i = \alpha (d\mu_i/dc_i)_{T,P} \quad \alpha : \text{Proportionalitätskonstante} , \quad (2.8)$$

ist aber bei den auch von Keller angenommenen niedrigen Werten der Konzentration als konstant anzusehen. Betrachtet man nun das für die Abschätzung des Transportbeitrages rotierender Partikeln zugrundeliegende 1. Fick'sche Gesetz

$$J_i = D_i (dc_i/dr) \quad J_i: \text{Stoffstrom der Komponente } i, \quad (2.9)$$

so ändert sich durch den Stofftransport innerhalb der rotierenden Flüssigkeitsgrenzschicht nicht der Diffusionskoeffizient D_i , sondern vielmehr der Konzentrationsgradient (dc_i/dr) .

Experimentelle Untersuchungen auf der Grundlage der Keller'schen Abschätzung

Auf der Grundlage der Keller'schen Abschätzung des Stoff- (bzw. Wärme-)transportbeitrages eines in einer flüssigen Phase transportierten Feststoffteilchens durch seine Eigenrotation und durch Kollisionen führten Collingham /1/, /2/ und Singh-Ahuja /3/, /27/ experimentelle Untersuchungen des Stoffübergangs in der laminaren Rohrströmung durch; sie wählten dazu die Gase Helium und Sauerstoff als Übergangskomponenten. Hsu /10/ untersuchte den Einfluß der Anwesenheit von Feststoffpartikeln auf den Transport von Chloridionen durch eine permeable Membran, die als ebene Platte parallel angeströmt wurde.

Die apparativen Mängel der Untersuchungen von Collingham und Singh-Ahuja sind bereits von Obermayer /45/ beschrieben und abgestellt worden. Sie bestanden z.B. bei Collingham in einer nicht zu rechtfertigenden Neigung der Stoffübergangsmeßstrecke, die - verbunden mit zu großen Toleranzen bei der Einstellung der Flüssigkeitsdichte und der Versuchstemperatur - zu unkontrollierbaren und nicht reproduzierbaren Verhältnissen bei der Fest-/Flüssig-Entmischung führen kann.

Beide Autoren arbeiteten stets innerhalb eines sehr breiten Spektrums von Feststoffkonzentrationen ($0,5 < c_s < 27 \text{ Vol\%}$), was zur Folge hatte, daß das Verhalten relativ niedrig konzentrierter Suspensionsströmungen bei der Auswertung und der Beurteilung der Versuchsergebnisse allzu gering ins Gewicht fiel. Einflüsse von Teilchenbewegungen im Verlauf der Fest-/Flüssig-Entmischung oder die differenzierte Untersuchung des Stofftransportbeitrages der stationären Teilchenbewegung sind nur in eher gering konzentrierten Suspensionsströmungen zu beobachten. Bei hohen Feststoffkonzentrationen erscheinen hingegen alle Partikeln gleichmäßig über den gesamten Rohrquerschnitt verteilt (mit Ausnahme einer sehr kleinen feststofffreien Wandzone); entgegen den Aussagen von Singh-Ahuja /3/ wird eine nachhaltige Störung des parabolischen Geschwindigkeitsprofils der Strömung unter solchen Bedingungen wahrscheinlich.

Die von Collingham und Singh eingesetzten Übergangskomponenten verhalten sich gegenüber den suspendierten Feststoffpartikeln aus Polystyrol-DVB-Copolymerisat nicht inert: Während die Diffusions- und Löslichkeitskoeffizienten von Helium im Lösungsmittel Wasser und im Kunststoff praktisch identisch sind, ist die Löslichkeit von Sauerstoff im Kunststoff gegenüber Wasser um den Faktor 10 größer; auf der anderen Seite ist der entsprechende Diffusionskoeffizient um den Faktor 20 kleiner. Diese Eigenschaften erforderten die Einführung eines mittleren Diffusionskoeffizienten der ruhenden Suspension. Das Problem konnte offensichtlich trotzdem nicht gelöst werden: Die Autoren verzichteten auf die Durchführung von Versuchen mit Suspensionen, deren Feststoffkonzentration einen Wert von 7 Vol% überstiegen (gilt nur für die Übergangskomponente O_2).

Immerhin würde bei einer Feststoff-Volumenkonzentration von 10 % die Hälfte der insgesamt gelösten Menge der Übergangskomponente O_2 in den Feststoffpartikeln transportiert werden, was im Zusammenhang mit

dem niedrigen Diffusionskoeffizienten des Sauerstoffs im Kunststoff den Transport der Übergangskomponente in Richtung der Rohrwand kompliziert, da die Partikeln als "Quelle" für die Übergangskomponente wirken können.

Obermayer wählte stattdessen Kohlendioxid als Übergangskomponente, welches sich nach den eigenen Untersuchungen hinsichtlich der Feststoffpartikeln als "inert" erwies, was hieß, daß die Konzentration des CO_2 im Feststoff unterhalb der Nachweisgrenze lag. Dieses Ergebnis wird durch die Größe der entsprechenden Koeffizienten von CO_2 in Kunststoff und in Wasser bestätigt. Zwar sind letztere für das System CO_2 /Kunststoff von gleicher Größenordnung wie für das System O_2 /Kunststoff, jedoch ist die Löslichkeit von CO_2 in Wässern um zwei Größenordnungen besser als die von O_2 . Folglich liegt die im Kunststoff gelöste Menge an Kohlendioxid bei den untersuchten niedrigen Feststoffkonzentrationen innerhalb der Fehlergrenze des Analysenverfahrens für die Bestimmung des gelösten CO_2 .

Die experimentellen Ergebnisse von Collingham und Singh-Ahuja lassen sich durchaus mit dem Keller'schen Konzept zur Deckung bringen, übersieht man die widersprüchliche Darstellung der Stoffübergangserhöhung als Vergrößerung des molekularen Diffusionskoeffizienten der Suspension gegenüber der feststofffreien Flüssigkeit. Nach dem Keller'schen Konzept ist die partikelinduzierte Stoffübergangserhöhung hochgradig abhängig von dem in der Strömung herrschenden Schergradienten. Die experimentellen Ergebnisse von Hsu, nach denen ein Einfluß von Feststoffpartikeln erst bei sehr großen Werten der Feststoffvolumenkonzentration ($c_s \approx 30 \text{ Vol\%}$) zum Tragen kommt, widersprechen den Befunden von Collingham und Singh. Die Versuche von Hsu wurden an einer aufgespannten, als Platte parallel angeströmten Membran bei derartig kleinen Werten des Wandschergradienten durchgeführt, daß nach der Keller'schen Abschätzung tatsächlich kein Stofftransportbeitrag aufgrund der Teilchenrotation zu erwarten gewesen wäre.

Konsequenzen der zitierten Arbeiten für die eigenen Experimente

Die Analyse der zitierten Untersuchungen macht eine differenziertere Berücksichtigung der Bewegungsvorgänge der Partikeln in der laminaren Suspensions-Rohrströmung notwendig. Dies erfordert vor allem eine eingehendere Beschäftigung mit dem Strömungs- und

Stoffübergangsverhalten in an Feststoff niedrig konzentrierten Suspensionen. Da das Verhalten der transportierten Partikeln von ihrem im Strömungsrohr zurückgelegten Weg abhängig ist (z.B. im Verlauf der Fest-/Flüssig-Entmischung), ist auch die Stoffübergangserhöhung der feststoffhaltigen Strömung in Abhängigkeit von der Meßstreckenlänge zu untersuchen. Der Einfluß von Dichtedifferenzen auf die Partikelverteilung im Rohrquerschnitt und - weitergehend - auf den Stoffübergang (Feststoff/Trägerflüssigkeit) ist zu ermitteln.

Zur Weiterentwicklung der Modellvorstellung des partikelinduzierten Stoffübergangs ist eine verbesserte Beschreibung der Partikelumströmung in der parabolischen Geschwindigkeitsverteilung erforderlich. Aus der Widersprüchlichkeit des Keller'schen Konzeptes folgt die Notwendigkeit, die Wechselwirkungen zwischen der Partikelbewegung und der am Ort des Teilchens herrschenden Konzentrationsverteilung zu formulieren, wobei zu berücksichtigen ist, daß diese Konzentrationsverteilung der Übergangskomponente eine Funktion der Radialkoordinate r und der Längenkoordinate x ist.

Das Keller'sche Konzept, den Stofftransportbeitrag eines rotierenden Teilchens über eine mitrotierende Flüssigkeitsgrenzschicht zu erfassen, scheitert nicht daran, daß entsprechende einfache Proportionalitäten der Stoffübergangserhöhung mit Größen wie dem Teilchendurchmesser oder auch dem Teilchenvolumen nicht zu finden sind (auf dieser Fehleinschätzung beruht eine Kritik von Obermayer /45/ an der von Keller vorgeschlagenen Modellvorstellung). Vielmehr sind die möglichen Wechselwirkungen zwischen der (unbekannten) Konzentration der Übergangskomponente in der rotierenden Grenzschicht und der Konzentrationsverteilung in der nicht-rotierenden - aber dennoch gestörten - Umgebung des Teilchens unter den jeweiligen Strömungsbedingungen in die Überlegungen miteinzubeziehen.

Das Thema "Konvektive und diffusive Beiträge von Partikeln zum Stoffübergang in der laminaren Suspensions-Rohrströmung" gruppiert sich in der Auseinandersetzung und in der Fortschreibung der Arbeiten der ge-

nannten Autoren um drei inhaltliche Schwerpunkte, die stichwortartig wie folgt zusammengefaßt werden können:

- Bewegungsverhalten von kugelförmigen Partikeln in der laminaren Suspensions-Rohrströmung

- : in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit
- : in Abhängigkeit der Feststoff-Volumenkonzentration und der Teilchengröße
- : in Abhängigkeit der Dichtedifferenz zwischen transportiertem Feststoff und der Trägerflüssigkeit.

Besondere Aufmerksamkeit verdienen die radialen Aufenthaltspositionen bereits entmischter Partikeln im Rohrquerschnitt unter Berücksichtigung der (z.B. von Obermayer /45/ berechneten) längenabhängigen radialen Konzentrationsprofile der Übergangskomponente."

- Messung des Stoffübergang in der laminaren Suspensions-Rohrströmung unter Variation der oben aufgeführten Parameter, zusätzlich unter Berücksichtigung des Einflusses der Rohrlänge. Der von den zitierten Autoren bejandelte Meßbereich wird hier
- mit Ausnahme des Bereiches der Feststoffkonzentration - erweitert. Die Darstellung des Stoffübergangs in der feststofffreien Strömung und die darauf zu beziehende Stoffübergangserhöhung in der strömenden Suspension erfolgt pauschal, bezogen auf die gesamte Membran-Innenfläche.-

- Verarbeitung der bis hierher gewonnenen Information zu einer Modellvorstellung über den Mechanismus des Transportbeitrages eines Teilchens und die Wirkung des Partikelkollektivs im gesamten Rohr:

Es erfolgt die Einbeziehung abhängiger Parameter* wie der Dicke der feststofffreien Wandzone, der radien- und längenabhängigen Konzentrationsverteilung der Übergangskomponente, des Teilchenschlupfes oder instationärer Partikelbewegungen; ferner die Evaluation solcher Größen, auf deren Bestimmung - theoretisch und/oder experimentell - in der Zukunft ein stärkeres Augenmerk zu richten sein wird.-

*Es ist, wie aus den Abschnitten 4, 5 und 6 hervorgehen wird, sinnvoll, zu unterscheiden

a) zwischen solchen Einflußgrößen, die mit der Wahl der Versuchsbe-

Diese inhaltliche Struktur findet ihren Ausdruck in den Abschnitten 4., 5. und 6. der vorliegenden Arbeit.

-
- dingungen unabhängig voneinander festgelegt werden können; diese "unabhängigen" Parameter sind z.B.
- der bezogene Teilchendurchmesser $d/2R$,
 - die gesamte Geometrie der Versuchsanlage,
 - die Rohr-Reynoldszahl Re_p ,
 - die Dichtedifferenz zwischen Feststoff und Flüssigkeit und (mit Einschränkungen)
 - die Feststoffvolumenkonzentration;
- b) zwischen solchen Einflußgrößen, die abhängig von den unter a) aufgeführten Parametern sind, wie z.B.
- die Gleichgewichtsposition (abhängig von Re_p , $d/2R$, c_s , etc),
 - die Teilchengeschwindigkeiten: Winkelgeschwindigkeit der Teilchenrotation, Längsgeschwindigkeit
- und die auch nicht unabhängig von anderen Parametern verändert werden können. Ein Beispiel: Es wäre durchaus erstrebenswert, den Stofftransportbeitrag einer Partikel allein in Abhängigkeit ihrer radialen Aufenthaltsposition zu ermitteln. Genau dies ist aber nicht möglich, da auf die Aufenthaltsposition des Teilchens nur Einfluß zu nehmen ist, indem man die "unabhängigen" Parameter variiert (oder aber äußere Zwangskräfte aufbringt). Damit verändert man aber zusätzlich (z.B.) die Teilchengeschwindigkeiten.

3. Experimentelle Realisierung des Stoffübergangsproblems

Das für die oben formulierten Fragestellungen herangezogene System ist in Bild 3-1 dargestellt.

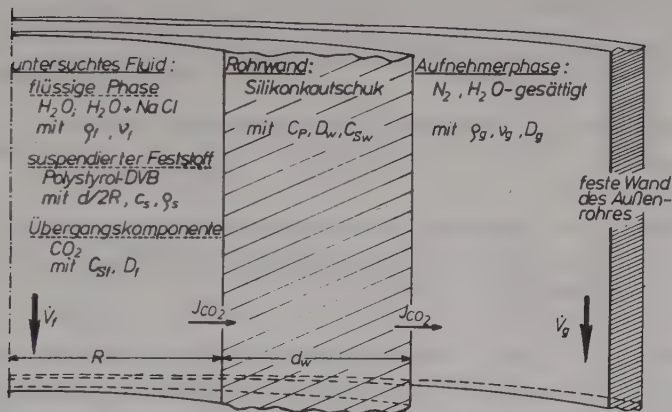


Bild 3-1 Zur Stoffübergangsmessung herangezogenes System.

Das hinsichtlich seines Stofftransportverhaltens interessierende Fluid, die strömende Suspension, setzt sich wie folgt zusammen:

- Die flüssige Phase besteht aus der Trägerflüssigkeit Wasser bzw. aus - je nach einzustellender Flüssigkeitsdichte - unterschiedlich konzentrierten wässrigen Kochsalzlösungen bekannter Dichte und (kinematischer) Viskosität

$$1,000 \text{ g/cm}^3 \leq \rho_f \leq 1,050 \text{ g/cm}^3$$

$$1,018 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s} \leq \nu_f \leq 1,081 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}.$$

- Das Fluid enthält ferner suspendierte, kugelförmige Kunststoffpartikeln in - teils volumetrisch, teils gravimetrisch - bestimmter Feststoff-Volumenkonzentration:

$$0,5 \text{ Vol \%} \leq c_s \leq 4 \text{ Vol\%}$$

und bekanntem, durch mikroskopische Analysen ermitteltem mittlerem Partikeldurchmesser

$$1) \overline{d}_{90} = 135 \mu\text{m} \pm 5 \%; d/2R = 0,10$$

$$2) \overline{d}_{90} = 200 \mu\text{m} \pm 10 \%; d/2R = 0,14$$

$$3) \overline{d}_{90} = 550 \mu\text{m} \pm 15 \%; d/2R = 0,35.$$

In Verbindung mit dem Durchmesser des durchströmten Membranschlauches

$$2R = 1,43 \text{ mm}$$

ergeben sich die bezogenen Partikeldurchmesser $d/2R$.

Die Feststoffdichte wurde in Schweberversuchen bestimmt zu

$$\rho_s = 1,050 \text{ g/cm}^3.$$

- Kohlendioxid stellt die im Fluid gelöste Übergangskomponente dar; dieses hat in Wasser bzw. in wässriger Kochsalzlösung einen Diffusionskoeffizienten von

$$1,96 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s} \geq D_f \geq 1,71 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$$

und den Solvatations- oder Löslichkeitskoeffizienten

$$39,2 \cdot 10^{-3} \text{ Mol/L atm} \leq C_S \leq 29,3 \cdot 10^{-3} \text{ Mol/l} \cdot \text{atm}.$$

Die Suspension durchströmt den Membranschlauch mit dem jeweils einzustellenden Volumenstrom $\dot{V}_f$.

Die im folgenden auch als "Rohrwand" bezeichnete Schlauchmembran besteht aus Silikonkautschuk (Silastic), der üblicherweise im medizinischen Bereich eingesetzt wird. Es handelt sich um eine Lösungs-Diffusions-Membran; den Transport der Übergangskomponente durch das Material hindurch beschreibt der Permeationskoeffizient für Kohlendioxid, der sich aus dem entsprechenden Diffusions- und Solvatationskoeffizienten zusammensetzt, es gilt

$$C_p = D_w \cdot C_{Sw} = 31,7 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3/\text{cm s Torr}.$$

Die Dicke der Membranwand beträgt im eingespannten Zustand

$$d_w = 0,81 \text{ mm}.$$

Der zu ermittelnde CO_2 -Strom diffundiert aus der strömenden Suspension über die Membranwand in die ebenfalls strömende Inertgasatmosphäre (Stickstoff). Der N_2 -Volumenstrom ist fest eingestellt zu

$$\dot{V}_g = 20 \text{ l/h.}$$

Die Trägergasphase ist wasserdampfgesättigt, um die mögliche Permeation von Wasser durch die Membran auf ein Minimum zu reduzieren*. Die Aufnehmerphase wird begrenzt durch die feste Glaswand des Außenrohres der Stoffübergangsstrecke.

3.1. Versuchsaufbau

Stoffübergangsmessungen

Der Aufbau der Versuchsanlage ist in Bild 3-2 dargestellt (linke Hälfte). Das temperierte $[(20 \pm 0,1)^\circ\text{C}]$ und mit CO_2 versetzte Fluid wird aus dem Vorratsbehälter in das obere Oberlaufgefäß OW gepumpt und gelangt über eine Zuleitung und die Einlaufkammer, die den Rohreinlauf vor allem bei höheren Feststoffkonzentrationen und/oder größeren Dichtedifferenzen zwischen Feststoff und Fluid vor dem Verstopfen schützt, zunächst in die stoffübergangsfreie Einlaufstrecke ES und dann in die Stoffübergangsstrecke MS, die beide ebenfalls temperiert sind. Letztere besteht aus einem doppelwandigen Glasrohr, in der Mitte des Rohres ist der CO_2 -durchlässige Silikonkautschuk-Membranschlauch aufgespannt, der von der Suspension innen durchströmt, außen vom Trägergas Stickstoff umspült wird. Direkt oberhalb und unterhalb der Meßstrecke befinden sich die Probenentnahmestellen PE für die flüssigkeitsseitige CO_2 -Analyse. Nach der Meßstrecke passiert die Suspension das untere, höhenverstellbare Oberlaufwehr UW, welches der Einstellung einer konstanten Druckhöhendifferenz und damit der gewünschten Rohr-Reynoldszahl dient; sie strömt dann in die eichbare Volumenstrom-Meßeinrichtung, die mittels zweier Lichtschranken und einer elektronischen Uhr eine genaue Bestimmung des Flüssigkeits-Volumenstromes erlaubt. Die Anreicherung der Suspension mit der Übergangskomponente CO_2 erfolgt über eine der Wasserdampfsättigung dienende Waschflasche und eine mit einer großflächigen Glasfritte ver-

* Auch im Fall der Wasserdampfsättigung ist eine Permeation von Wasserdampf nicht vollständig auszuschließen, aber zu vernachlässigen, wenn der Stoffstrom der Übergangskomponente wie im gegebenen Fall klein ist. Im Fall großer Stoffströme sollten sich dagegen die Partialdruckverhältnisse in der Trägergasphase durch die Gaspermeation spürbar ändern, was eine Permeation von Wasserdampf in Gegenrichtung zur Folge hätte.

sehene Gasverteilungseinrichtung, deren Wirkung durch einen Rührer unterstützt wird, in das Fluid innerhalb des Vorratsbehälters.

Das nachgereinigte, temperierte und wasserdampfgesättigte Trägergas Stickstoff strömt mit konstantem Durchsatz von 20 l/h und unter konstantem Druck in den Gasraum der Meßstrecke, nimmt dort die durch die Schlauchmembran diffundierte Übergangskomponente auf und erreicht nach dem Passieren der Trockentürme (gefüllt mit CaCl_2 und Sicapent) den Gasanalysenstand GA, bestehend aus einer Gasmischpumpe und einem Infrarot-Gasanalysator.

Zur Bestimmung der Konzentration der Übergangskomponente im Trägergas stand ein IR-Gasanalysator URAS 2T zur Verfügung. Das Gerät wies bei den erforderlichen Gasdurchsätzen von 30 bis 60 l/h einen Meßbereich von 0 bis 100 ppm auf. Die zu messenden Gasgehalte des Trägergases lagen bei dem oben genannten N_2 -Durchsatz von 20 l/h bei Werten von 0,5 bis 1 Vol%, so daß es erforderlich war, eine Gasmischpumpe (vom Typ Wösthoff Sa 27/3a-F) mit einem Durchsatz von 40 l/h vorzuschalten. Damit warender für den optimalen Betrieb des Gasanalysators benötigte Gasdurchsatz und eine Konzentrationsanzeige im notwendigen Genauigkeitsbereich erreicht.

Die Gasanalyseneinrichtung wurde für jeden Versuch mit nachgereinigtem Stickstoff (Nullpunkt) und mit verschiedenen Prüfgasen (0,1 bzw. 1% Stickstoff, mit Zertifikat), verdünnt in den vorgewählten Mischungsverhältnissen der Gasmischpumpe, geeicht. Deren Eichung wiederum läßt sich mit einer Genauigkeit von 0,024 % (bei Vollausschlag) durchführen, während die Meßgenauigkeit des Gasanalysators von der Qualität des Prüfgases bestimmt ist.

Die flüssigkeitsseitige CO_2 -Analyse erwies sich als das problematischste Meßverfahren der Versuchsführung. Das nach Hwang und Strong /34/ genaueste Verfahren - die Analyse des sich über einer Probenlösung einstellenden Gasgemisch-Gleichgewichts mit einem Gaschromatographen - war allein wegen der Nicht-Verfügbarkeit eines solchen Meßgerätes nicht durchzuführen. Die klassische Carbonat-Titration führt nur dann zu zuverlässigen Versuchsergebnissen, wenn viel Zeit und auch praktische Erfahrung vorhanden ist; Serienanalysen von möglichst vielen Flüssigkeitsproben waren unter diesen Umständen nicht durchzuführen. Aus diesen Gründen wurde ein direkt-potentiometrisches Verfahren mit einem Ionenmeter und einer CO_2 -sensitiven Elektrode eingesetzt,

mit dem es möglich ist, auf direktem Weg CO_2 -Konzentrationen bis hin zum Sättigungsbereich zu bestimmen. Eine Probenentnahme ist auch bei diesem Verfahren notwendig, da eine Probe mit definiertem Volumen mit einer bestimmten Menge Citratpuffer versetzt werden muß, um zum einen für alle Proben den gleichen pH-Wert, zum anderen die gleiche Ionenstärke (bis zu einem Fremdionengehalt von 1M/l möglich) einzustellen. Letztlich wurde ein Verfahren angewandt, das allgemein als "Standard-Addition" bezeichnet wird. Dies ist sinnvoll, wenn unreine, viskose oder stark konzentrierte Proben analysiert werden müssen, wie es durch die Versuchsanordnung mit nahezu einmolaren Salzlösungen verlangt war. In Standard-Additions- und -Subtraktionsverfahren ist im allgemeinen eine Genauigkeit von $\pm 2\%$ erreichbar. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt weniger in einer gegenüber einem Titrationsverfahren eventuell größeren Genauigkeit als vielmehr in der Möglichkeit, mehrere Analysen nacheinander in kürzester Zeit durchzuführen. So konnten während der Stoffübergangsmessung pro eingestellter Reynoldszahl bis zu fünf Flüssigkeitsproben untersucht werden. Aus den Ergebnissen ließen sich Mittelwerte und Standardabweichungen bilden.

Radiale Feststoffverteilung in der laminaren Suspensions-Rohrströmung

Mit einer Anlage, die derjenigen zur Bestimmung des Stoffübergangs grundsätzlich ähnelt (Bild 3-2, rechte Hälfte), wurde die Verteilung des Feststoffs nach dem Durchlaufen einer bestimmten Rohrlänge ($l = 2\text{m}$) im Rohrquerschnitt überprüft. Die Zusammensetzungen der Suspensionen entsprachen denjenigen der Stoffübergangsmessungen (bis auf die Übergangskomponente CO_2). Selbstverständlich entfielen sämtliche gasführenden Anlagenteile; der in der Meßstrecke aufgespannte Membranschlauch wurde durch ein KPG-Rohr von praktisch gleichem Innendurchmesser ($2R = 1,5\text{ mm}$) ersetzt. Die Meßstrecke war drehbar, so daß die Untersuchungen für beliebig gelagerte Rohre (also auch für waagrechte Strömungen) durchgeführt werden konnten. In den Meßstreckenausgang wurde eine Videokamera gerichtet, um die radialen Positionen der anströmenden Partikeln aufzuzeichnen; dabei war sicherzustellen, daß das Verhalten der Feststoffteilchen an dieser Stelle noch nicht durch die veränderten Strömungsbedingungen am Meßstreckenausgang beeinträchtigt war. Die auf Videoband aufgezeichneten Partikelverteilungen wurden schließlich manuell ausgewertet.

3.2. Versuchsprogramm

Vor dem Beginn der eigentlichen Stoffübergangsmessungen war es notwendig, verschiedene Voruntersuchungen durchzuführen. Dazu gehörten (s. auch Bild 3-1)

- die Bestimmung von Dichte und Viskosität der unterschiedlich konzentrierten Kochsalzlösungen ρ_f, ν_f
- die Bestimmung der Solvatationskoeffizienten C_{sf} für CO_2 in diesen Salzlösungen
- die Ermittlung des Wertes der Permeabilität der Silikonkautschukmembran für CO_2 bei den gegebenen Bedingungen
- die Beantwortung der Frage, in welchem Maße sich die Einspannung des elastischen Membranschlauches auf den Schlauch-Innendurchmesser und die Wanddicke der Membran auswirkt
- Untersuchungen mit dem Ziel, den Einfluß der Alterung des Membranmaterials auf die elastischen Eigenschaften einerseits und die Permeabilität andererseits zu bestimmen
- die Vorbehandlung der zu untersuchenden Feststoffpartikeln (Siebung, Größenanalyse)
- die Ermittlung der Feststoffdichte ρ_s in Schweberversuchen.

Dichten und Viskositäten der einzusetzenden Kochsalzlösungen (NaCl techn.) wurden mit geeigneten Meßgeräten (Dichtemeßgerät DMA 50, Ubbelohde-Kapillarviskosimeter) bei der anzusteuernenden Versuchstemperatur in Abhängigkeit der Kochsalzkonzentration bestimmt. Die kinematischen Viskositäten der unterschiedlich konzentrierten Suspensionen ließen sich anhand der bekannten Gleichung nach Einstein (nach /24/) berechnen. Unter den gleichen Bedingungen wurden die Solvatationskoeffizienten (Löslichkeitskoeffizienten) von CO_2 bestimmt: in die verschiedenen Wässer wurde bis zur Sättigung CO_2 eingeleitet; wenn die flüssigkeitsseitige Konzentration bei einem CO_2 -Partialdruck von 1 atm konstant blieb, war die Sättigungskonzentration ($\hat{=}$ Löslichkeit) unter den gegebenen Bedingungen

erreicht. Die gemessenen Werte stimmten mit den Literaturdaten überein /25/. Entsprechende Versuche wurden auch mit den zu untersuchenden Suspensionen unternommen, um sicherzustellen, daß der Feststoff bzw. die Suspension nicht etwa eine höhere Löslichkeit für die Übergangskomponente aufwies, und um ausschließen zu können, daß die Kunststoffpartikeln aktiv (d.h. als Quelle/Senke) in den Stofftransport in der Strömung eingreifen können. Die CO_2 -Konzentrationen in Suspensionen wurden immer an Proben mit den entsprechend anteilig darin suspendierten Feststoffpartikeln gemessen. Bereits eine einfache Oberschlagsrechnung ergibt, daß bei den untersuchten Feststoffkonzentrationen einerseits und dem vom CO_2 -Elektrodenhersteller angegebenen Fehler des Meßverfahrens (und der entspricht den optimalen Betriebsbedingungen; da solche Elektroden altern, nimmt der Fehler mit der Zeit zu) andererseits keine Möglichkeit besteht, zwischen der CO_2 -Konzentration der feststoffhaltigen Suspension (Mol/l Suspension) und derjenigen der reinen Flüssigkeit (Mol/l Suspensions- minus Feststoffvolumen) zu unterscheiden.

Die einzusetzenden Feststoffpartikeln wurden gewaschen, naß gesiebt und getrocknet, bevor sie in die bereits angesetzte Kochsalzlösung eingewogen wurden. Die Siebung in Normsieben war allein nicht ausreichend für die Bestimmung des mittleren Partikeldurchmessers. Mikroskopische Analysen hatten vor allem den Zweck zu überprüfen, ob die Kugelfraktion ausreichend von Partikeln kleinerer Durchmesser befreit war. Dies gelang - je nach Siebverfahren - mit unterschiedlichem Erfolg (s. mittlere Partikeldurchmesser $\bar{d}_{90}$ und ihre Standardabweichungen).

Zur Ermittlung der Feststoffdichte anhand von Schweberversuchen ist zu bemerken, daß sich eine konstante Feststoffdichte erst nach längerem Aufenthalt der vorher getrockneten Partikeln in Wasser/Salzwasser (etwa 24 h) einstellte. So ergaben die Schweberversuche zunächst die auch von anderen Experimentatoren angegebenen Dichtewerte

$$\rho_s = 1,047 \text{ g/cm}^3,$$

wobei kleinere Feststoffteilchen eher geringere, größere hingegen eher höhere Dichtewerte aufwiesen. Erst nach der genannten Zeitspanne blieben die Werte konstant mit

$$\rho_s = 1,050 \text{ g/cm}^3.$$

Dieser Effekt ist damit zu erklären, daß zusammen mit den Feststoffteilchen eingetragene sehr kleine Luftblasen noch lange Zeit an der niemals ideal glatten Partikeloberfläche haften; dies kommt um so stärker zum Tragen, je größer die Partikeloberfläche relativ zum Volumen ist.

Die Permeabilität der Silikonkautschuk-Membran für Kohlendioxid

Bei der Permeation von CO_2 und anderen "einfachen" Gasen durch Silikonkautschuk-Membranen wie "Silastic" (Silastic medical grade, Dow Corning, Brüssel) kann man nach eigenen Erfahrungen sowie nach /39/ bis /41/ davon ausgehen, daß die Sorptionsgeschwindigkeit hoch ist gegenüber der Diffusionsgeschwindigkeit, und der Permeationsvorgang somit diffusionsbestimmt ist. Für die Sorptions- und Desorptionsprozesse gilt das Henry-Gesetz. Während der Stoffübergangswiderstand in der Grenzschicht der Gasphase vernachlässigbar gering ist, gilt dies nicht für die flüssige Phase. Der Diffusionskoeffizient der Übergangskomponente in der Membran ist unter den gegebenen Bedingungen weder druck- noch meßbar konzentrations- oder zeitabhängig.

Eine Übersicht der in der Literatur aufzufindenden Permeationskoeffizienten im Vergleich zu dem aus eigenen Messungen erhaltenen Stoffwert gibt Tabelle 3-1. Stark voneinander abweichende Werte haben ihre Ursache in den sehr unterschiedlichen Randbedingungen der verschiedenen Experimente. Bei den eigenen Messungen war der Membranschlauch vorgespannt, was zu einer gemessenen und bei den Rechnungen berücksichtigten Reduzierung des Innendurchmessers, nicht aber zu qualitativen Veränderungen des Permeationsverhaltens führte. Die Gasphasen auf beiden Seiten der Silikonkautschukmembran waren wasserdampfgesättigt, um die Versuchsbedingungen weitestgehend den Bedingungen der Stoffübergangsmessungen in der laminaren Suspensions-Rohrströmung anzupassen. Der so ermittelte Wert für den Permeationskoeffizienten C_p (s. Tabelle 3-1) liegt im Rahmen der Literaturwerte. Am geringsten erweist sich die Abweichung im Vergleich zu /37/ und /40/: Hwang und Strong /37/ bestimmten C_p über einen Flüssigkeits-Membran-Gasphasen-Übergang, so daß sich beide Meßanordnungen hinsichtlich der Wasserdampfdruck-Verhältnisse ähneln; dies ganz im Gegensatz zu /38/, wo die Untersuchungen an trockenen Gasen vorgenommen wurden. Dies führte zu Abweichungen, die den Schluß nahelegen, daß die Sättigung aller betei-

tigten Phasen mit Wasserdampf für den Permeationsvorgang bzw. die spezifischen Eigenschaften der Membran hinsichtlich Sorption, Diffusion und Desorption durch aus eine Rolle spielen können.

Die Messungen des Permeationskoeffizienten wurden an Membranschläuchen unterschiedlicher Länge und Wandstärke wie auch verschiedener Innendurchmesser vorgenommen. Zusätzlich wurden schon längere Zeit in Stoffübergangsmessungen eingesetzte Silastic-Schläuche untersucht; in keinem Fall ergaben sich signifikante Abweichungen vom angegebenen Wert des Permeationskoeffizienten.

C_p ; umgerechnet in $\text{Icm}^3_N/\text{cmsmmHgI}$	R A N D B E D I N G U N G E N
/37/: $30,2 \cdot 10^{-9}$	Silastic medical grade; C_p extrapoliert für $d_w \rightarrow \infty$; Flüssig-Membran-Gas-Übergang
/38/: $11,9 \cdot 10^{-9}$	Silastic medical grade; Gas-Membran-Gas-Übergang; trockene Gase
/39/: $29,8 \cdot 10^{-9}$	Silastic medical grade; Gas-Membran-Gas-Übergang
/40/: $32,3 \cdot 10^{-9}$	Poly-dimethyl-siloxan (Dow Corning); $T = 25^\circ\text{C}$
/41/: $42,1 \cdot 10^{-9}$	Poly-dimethyl-siloxan (Dow Corning)
eigene Bestimmung: $31,7 \cdot 10^{-9}$	Silastic medical grade; Gas-Membran-Gas-Übergang; alle Phasen wasserdampfgesättigt; $T = 20,0^\circ\text{C}$

Tabelle 3-1: Vergleich des aus eigenen Messungen erhaltenen Permeationskoeffizienten mit Literaturwerten

Das elastische Verhalten des Silikonkautschuk-Membranschlauches

Aus der Notwendigkeit, Membranschläuche unterschiedlicher Längen und Wandstärken reproduzierbar "gleichartig" einzuspannen, ergab sich die Notwendigkeit, das Verhalten des Schlauchmaterials, insbesondere hinsichtlich des Innendurchmessers und der Wandstärke in Abhängigkeit der

Einspannlänge im gespannten und unbelasteten Zustand zu untersuchen. Als geeigneter Parameter, der in allen Fällen konstant zu halten war, ergab sich die Formänderungsarbeit W^* ; es gilt:

$$W^* = \frac{1}{2} \sigma \cdot \epsilon = \frac{\sigma^2}{2E_0} = \frac{\epsilon^2 E_0}{2}; \text{ mit } W^* = \frac{W}{V} \text{ (N/mm}^2\text{)}.$$

Dabei ist σ die Normalspannung (N/mm²), $\epsilon = \Delta l / l_0$ die Dehnung, E_0 der Elastizitätsmodul, l_0 die Schlauchlänge im ungespannten Zustand, l die Einspannlänge ($\Delta l = l - l_0$).

$$W^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$l = l_0 \cdot \frac{2W^*}{\sigma}$$

Die Vorspannung des Membranschlaches wurde so gewählt, daß bei konstanter spezifischer Formänderungsarbeit

$$l_0 = 0,8 \text{ l} \quad \text{bei } W^* = 0,086 \text{ N/mm}^2$$

(für Membranschläuche mit $2R_0 = 1,57 \text{ mm}$ und $d_{w0} = 1,00 \text{ mm}$) ist.

Es war nunmehr naheliegend, daß der Innendurchmesser des Membranschlauches ebenso wie seine Wandstärke sich im eingespannten Zustand deutlich von dem vom Hersteller angegebenen Innendurchmesser im Ruhezustand unterscheiden würde. Die Untersuchung dieser Vermutung erwies sich nicht allein als wichtig für die Berechnung von Rohr-Reynoldszahlen und Stoffstromdichten, sondern auch für die Konstruktion von stoffübergangsfreien Einlaufstrecken mit möglichst gleichem Innendurchmesser. Aus den daraufhin vorgenommenen Messungen des spezifischen Volumens V^* bei gegebener Vorspannung (s.o.) ergab sich, daß statt wie bisher von einem Innendurchmesser (Ruhe) von 1,57 mm von einem Wert von 1,43 mm (gespannt) ausgegangen werden mußte; die Wandstärke der Schlauchmembran verringerte sich dabei von

$$d_{w0} = 1,0 \text{ mm auf } d_w = 0,81 \text{ mm.}$$

Als Folge dieser Untersuchungen mußten neue stoffübergangsfreie Einlaufstrecken konstruiert werden, deren Innendurchmesser mit demjenigen des Membranschlauches soweit als möglich übereinstimmten. Überprüfungen des elastischen Verhaltens nach längeren Einspannzeiten ergaben in keinem Fall meßbare Veränderungen.

Stoffübergangsmessungen

Das durchgeführte Versuchsprogramm wird durch die Tabellen 3-2 und 3-3 illustriert. Es läßt sich, zieht man die unterschiedlichen Eigenbewegungen der Partikeln in der Suspensionsströmung als Kriterium heran, grundsätzlich in zwei Gruppen von Versuchen unterteilen:

STATIONÄRE PARTIKEL-LÄNGSBEWEGUNG		
variable Parameter	keine Feststoff-Sedimentation	sedimentierende Partikel
l/cm	100 und 150	nur 150
l_E/cm	100 und 150	nur 100
$2R/\text{cm}$	0,143	0,143
Re_R (jeweils 4)	$100 \leq Re_R \leq 1500$ ($l=100\text{cm}$) $100 \leq Re_R \leq 1000$ ($l=150\text{cm}$) $10 \leq Re_R \leq 100$ (nur: $d/2R=0,10$; $c_s=1\text{Vol}\%$; $l=150\text{cm}$)	$100 \leq Re_R \leq 1500$ $10 \leq Re_R \leq 100$ (nur: $d/2R = 0,10$)
Strömungsrichtung	vertikal abwärts ($\downarrow$) waagrecht ($\rightarrow$, nur: $c_s=1\text{Vol}\%$)	vertikal abwärts ($\downarrow$)
$d/2R$	0,10; 0,14 und 0,35	0,10 und 0,14
c_s	0; 1; 2; 4 Vol%	1 Vol%
$\Delta\rho/\text{gcm}^{-3}$	-	0,01; 0,03 und 0,05
$c_{f0}/\text{Mol}\cdot\text{l}^{-1}$	$10\cdot 10^{-3} \leq c_{f0} \leq 25\cdot 10^{-3}$ (je 3)	$10\cdot 10^{-3} \leq c_{f0} \leq 25\cdot 10^{-3}$ Süßwasser: $\leq 30\cdot 10^{-3}$ (je 4)

Tabelle 3-2 Versuchsprogramm

- Tabelle 3-2 faßt die Versuche zusammen, in denen stationäre Partikel-Längsbewegungen innerhalb der Stoffübergangsmeßstrecke dominieren, wenn dieser eine stoffübergangsfreie Einlauflänge vorgeschaltet ist, in der die Fest-/Flüssig-Entmischung abläuft, ohne Rückwirkungen auf den Stoffübergang zu haben. Dies gilt zum

einen für nicht-sedimentierende Feststoffteilchen, deren Dichte mit der Flüssigkeitsdichte identisch ist; des weiteren für (schwach) sedimentierende Partikeln, deren Stofftransportbeiträge durch das verstärkte Auftreten von Schlupfgeschwindigkeiten beeinflusst werden. Im ersten Fall wurde neben dem Parameter der Teilchengröße (Partikeldurchmesser) die Feststoffvolumenkonzentration variiert, im zweiten Fall zusätzlich zur Teilchengröße die Flüssigkeitsdichte, indem unterschiedlich konzentrierte wässrige Kochsalzlösungen eingesetzt wurden. Wie aus der linken Spalte von Tabelle.3-2 hervorgeht, wurde im ersten Fall zusätzlich zur Länge der Stoffübergangsmeßstrecke diejenige der stoffübergangsfreien Einlaufänge verändert. Auf diese Weise sollte größenordnungsmäßig geklärt werden, nach welcher Rohrlänge der Entmischungsvorgang in den unterschiedlich zusammengesetzten Suspensionsströmungen soweit abgeschlossen ist, daß sich ein Einfluß auf den Stoffübergang nicht mehr bemerkbar macht.

INSTATIONÄRE PARTIKEL-LÄNGS- UND -QUERBEWEGUNG		
variable Parameter	Fest-/Flüssig-Entmischung	waagrechte Rohrströmung
1/cm	100; 150; 2x100 und 200	150
1_E /cm	-	100
2R/cm	0,143 und (nur $c_s=1\text{Vol}\%$; $d/2R=0,10$) 0,245	0,143
Re_R (jeweils 4)	$100 \leq Re_R \leq 2000$ $500 \leq Re_R \leq 5000$ ($2R=0,245$)	$100 \leq Re_R \leq 1500$
Strömungsrichtung	vertikal abwärts (↓)	waagrecht (→)
d/2R	0,10; 0,14 und 0,35	0,10 und 0,14
c_s	1; 2 und 4 (0,5) Vol%	1 Vol%
$\Delta\rho/\text{gcm}^{-3}$	-	0,01; 0,03 und 0,05
$c_{f0}/\text{Mol l}^{-1}$	$10 \cdot 10^{-3} \leq c_{f0} \leq 25 \cdot 10^{-3}$ (je 3)	$10 \cdot 10^{-3} \leq c_{f0} \leq 25 \cdot 10^{-3}$ (je 1) Süßwasser: $\leq 30 \cdot 10^{-3}$ (")

Tabelle 3-3 Versuchsprogramm (Fortsetzung)

- Tabelle 3-3 illustriert dagegen diejenigen Versuche, in denen Partikel-Querbewegungen und damit instationäre Längs- (wie auch Rotations-)bewegungen einen Einfluß auf den Stoffübergang erwarten ließen. Diese treten im Verlauf der Fest-/Flüssig-Entmischung (auch in vertikalen Rohren), aber auch in der waagrechten Rohrströmung sedimentierender Suspensionen auf. Wiederum wurde der Einfluß der Partikelgröße, der Feststoffvolumenkonzentration bzw. der Dichtedifferenz zwischen Feststoff und Flüssigkeit untersucht. Im Fall der vertikalen Rohrströmung bewegen sich die Feststoffteilchen quer zur Hauptströmungsrichtung auf die sogenannten Gleichgewichtspositionen zu /23/, im Fall der waagrechten Rohrströmung orientieren sie sich - je nach der herrschenden Dichtedifferenz und der Strömungsgeschwindigkeit - in Richtung der unteren (oder oberen) Rohrwand.

Die untersuchten Strömungsgeschwindigkeiten gehörten eindeutig (unter Berücksichtigung des Durchmessers des Membranschlauches) zum Bereich der laminaren Rohrströmung (Ausnahme: s. untere Tabelle, linke Spalte mit $Re_p > 2300$). Die eingesetzten Rohrlängen waren groß gegen die hydrodynamische Einlaufänge l_u , jedoch klein gegen die stoffliche Einlaufänge l_c . Die flüssigkeitsseitigen CO_2 -Konzentrationen bewegten sich zwischen 25 und 80 % der Sättigungskonzentrationen unter den gegebenen Bedingungen ($T = 20^\circ C$; $P = 1 \text{ atm}$; in Wasser bzw. Salzwasser). Aufgrund der gegebenen Permeabilität des Membranschlauches sind die zu erwartenden tränergasseitigen CO_2 -Konzentrationen ausnahmslos klein.

Sofern die radiale Verteilung der Partikeln von Interesse war, wurden die Gleichgewichtspositionen der Feststoffteilchen bzw. die sich bei den höheren Feststoffkonzentrationen ergebenden feststofffreien Wandzonen aus Vergleichsversuchen anhand von Videoaufnahmen bestimmt. Die Meßstreckenlänge, die dabei für die Fest-/Flüssig-Entmischung zur Verfügung stand, betrug $l_E = 2 \text{ m}$. Gleichgewichtspositionen wurden bestimmt in den folgenden Fällen:

keine Feststoff-Sedimentation

$$50 \leq Re_R \leq 1000$$

$$d/2R = 0,10 \text{ und } 0,14$$

$$c = 1; 2 \text{ und } 4 \text{ Vol\%}$$

sedimentierende Partikeln

Re_R und $d/2R$ wie oben

$$c_S = 1 \text{ Vol\%}$$

$$\Delta \rho = 0,01; 0,03; 0,05 \text{ g/cm}^3$$

sedimentierende Partikeln in der waagrechten Suspensionsströmung
wie Tabelle 3-2

Das Hauptaugenmerk lag in diesem Fall nicht auf der Bestimmung der Gleichgewichtspositionen, sondern vielmehr auf der qualitativen Veränderung der radialen Feststoffverteilung gegenüber der vertikalen Versuchsführung.

3.3. Bemerkungen zur Meßgenauigkeit

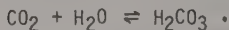
Nachfolgend werden die Fehlerursachen, die bei der Auswertung und Bewertung der Ergebnisse der Stofftransportmessungen von Belang sind, diskutiert. Für die Fehlerrechnung selbst sei auf den Anhang verwiesen.

Zum Verfahren der flüssigkeitsseitigen CO_2 -Analyse

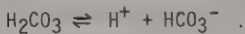
Die flüssigkeitsseitige CO_2 -Bestimmung ist, welche analytische Methode auch immer angewandt wird, mit einem relativ großen Fehler behaftet, der zudem stark in die Endwerte wie die Sherwood-Zahl eingeht. Dieser Fehler läßt sich auf mehrere Ursachen zurückführen; ersetzt sich aus Fehlern zusammen, die sich aus der Meßtechnik ergeben, und aus solchen, die durch das System (CO_2 in wässriger Lösung) gegeben sind.

Leitet man unter neutralen oder sauren Bedingungen ($pH < 7$) CO_2 in Wasser ein, so setzt sich ein Teil des Kohlendioxids sehr langsam (Ge-

schwindigkeitskonstante $k_{\text{CO}_2} = 0,03 \text{ s}^{-1}$) zu Kohlensäure
 H_2CO_3 um; es herrscht das Gleichgewicht



H_2CO_3 ist - entgegen früherer Annahmen (z.B. /43/) - eine starke Säure, die dissoziiert, so daß der pH-Wert der Lösung abnimmt:



Man kann davon ausgehen, daß unter solchen Bedingungen (neutrales Wasser als Lösungsmittel) nicht mehr als 1 % des gelösten CO_2 als H_2CO_3 vorliegt (/44/; $K(\text{CO}_2/\text{H}_2\text{CO}_3) \approx 600$; /43/).

Allein das locker gebundene, schwach hydratisierte CO_2 ist ohne weiteres zur Permeation durch den Silikon-Membranschlauch fähig;
 H_2CO_3 müßte hingegen - entweder in der wässrigen Phase oder aber im Membranschlauch selbst - dehydratisieren, um vom Trägergas aufgenommen werden zu können, was sich negativ auf die Permeationsgeschwindigkeit dieser Komponente auswirken sollte.

Wegen der niedrigen Gleichgewichtskonzentration der freien Säure und der kleinen Geschwindigkeitskonstanten ist unter den oben genannten Bedingungen der Einfluß der Kohlensäure auf den Permeationsvorgang selbst vernachlässigbar.

Die Komplikationen des Säure-Base-Gleichgewichts



waren allerdings nicht die Ursache für das gegenüber /5/, /45/ veränderte Meßverfahren. Durch die Bestimmung der flüssigkeitsseitigen CO_2 -Konzentration mit einer gassensitiven Elektrode wurden für die eigenen Experimente

- Meßwerte während des Versuchs sofort verfügbar,
- ohne weiteres Meßreihen der CO_2 -Konzentration für jede Strömungsgeschwindigkeit (oder Re_R) erstellbar (bis zu 5 Meßwerte pro Re_R),
- das zeitliche Verhalten der CO_2 -Konzentration im Verlauf des Versuchs kontrollierbar, die CO_2 -Konzentration war damit (mit Einschränkungen) regelbar.

Zudem war das benötigte Probenvolumen wegen des Verfahrens der Standard-Addition so klein (1 ml), daß Proben unmittelbar vor der Stoffübergangsmeßstrecke entnommen werden konnten, ohne Fehler bei der Stoffübergangsmessung zu bewirken.

Entgegen früheren Aussagen /42/, /45/ erwies es sich als notwendig, die Kohlendioxid-Konzentration des Mediums während des Versuches zu kontrollieren, d.h. durch ständiges Begasen mit CO_2 nachzuregeln. Das ist an sich nicht weiter verwunderlich, da der Vorratsbehälter mit dem während des Versuchs sinkenden Flüssigkeitsspiegel nicht gegen die Umgebung abgeschlossen war und die flüssigkeitsseitige CO_2 -Konzentration immerhin einem CO_2 -Partialdruck von bis zu 0,8 P (P: Gesamtdruck) oder 600 Torr (Normalbedingungen) entsprach. Beide analytischen Verfahren - das der Carbonat-Titration wie auch die Messung mit der CO_2 -sensitiven Elektrode - lassen eine Unterscheidung nach CO_2 , Hydrogencarbonat oder Carbonat nicht zu. (Erübrigt sich die Nachregelung, weil die " CO_2 "-Konzentration anscheinend konstant bleibt, so liegt der Verdacht nahe, daß die OH^- -Konzentration des eingesetzten Wassers zu hoch ist, etwa durch eingeschleppte Spülmittelreste oder auch - bei demineralisiertem Wasser - durch fehlerhafte Behandlung des Ionenaustauschers. Damit bilden sich in größerem Umfang als in neutralem Wasser Hydrogencarbonat und Carbonat, deren Bestreben, durch Membranen in Gasphasen zu diffundieren, naturgegeben gering ist, die aber in der Analyse als " CO_2 " mitbestimmt werden.)

Beide Meßverfahren arbeiten auf der Grundlage von pH-Einstabmeßketten; bei der CO_2 -sensitiven Elektrode treten zusätzlich Probleme auf, hervorgerufen durch die Empfindlichkeit der vorgeschalteten CO_2 -durchlässigen Membran. Hinzu kommt bei beiden Verfahren die fehlerbehaftete Herstellung von Maßlösungen und Puffern. Normale pH-Einstabmeßketten eignen sich nicht für die Absolutbestimmung von H^+ -Konzentrationen, wenn daran einige Genauigkeitsanforderungen gestellt werden müssen: die Glasmembran altert, das Diaphragma kann blockiert oder vergiftet sein, was zu mangelhafter Linearität oder Steilheit führt; alle Glaselektroden weisen eine "Elektrodrift" auf. Titriert man, wie aus /5/, /42/ zu entnehmen ist, auf den pH-Wert des Äquivalenzpunktes, der im übrigen konzentrationsabhängig ist, so ist das Ergebnis sicherlich mit einem größeren als mit dem von /45/ angegebenen Fehler behaftet. Die korrekte Auswertung - Titration über den Ä.P. hinaus, graphische oder rechnerische Auswertung der

Titrationsskurve pH (V_{Titrand}) bzw. $\Delta \text{pH} / \Delta V_{\text{Titrand}}$ - ist allerdings mit dem bereits angesprochenen Aufwand an Zeit, Erfahrung und Sorgfalt verbunden.

Das Meßverfahren der CO_2 -sensitiven Elektrode ist trotz ständiger Kalibrierung (eine Kalibrierung pro Bestimmung) und entgegen den Angaben des Herstellers mit verschiedenen Unsicherheiten belastet; die Vorteile gegenüber der grundsätzlich vielleicht genauer durchzuführenden Titration wurden aufgeführt. Die Summe aller Unsicherheiten führt zu dem angegebenen relativ großen Fehler von $\left| \frac{\Delta c_f}{c_f} \right| = \pm 10\%$.

Zum Verfahren der gaseitigen CO_2 -Bestimmung

Für die trägerseitige CO_2 -Bestimmung mußte ein IR-Gasanalysator eingesetzt werden, dessen Meßbereich hinsichtlich des CO_2 -Gehaltes (0 bis 100 ppm) deutlich kleiner war als die sich tatsächlich einstellenden Trägergaskonzentrationen (0 bis 1%). Eine entsprechende Erhöhung des Trägergas-Durchsatzes hätte zu einem unrealisierbar hohen Stickstoffverbrauch geführt. Stattdessen wurde der Gasanalysenstand um eine vorhandene Gasmischpumpe mit fest einstellbaren Mischungsverhältnissen erweitert. Die Kalibrierung des Gasanalysators erfolgte mit dieser Gasmischpumpe und dem für die Stoffübergangsmessung vorgewählten Mischungsverhältnis. Diese Vorgehensweise entspricht der der "Standard-Addition"; das Trägergas wurde je nach dem eingestellten Mischungsverhältnis mit nachgereinigtem Stickstoff verdünnt. Dadurch war es möglich, die Meßküvette des Gasanalysators mit einem Gasvolumenstrom zu durchspülen, der im geforderten Bereich lag ($\dot{V}_{\text{URAS}} = 40 \text{ l/h}$; gefordert: 30 bis 60 l/h). Dieser Versuchsaufbau unterschied sich damit von dem früher beschriebenen, der ebenfalls nicht im optimalen Konzentrations-/Durchsatz-Bereich hatte betrieben werden können. Der abgeschätzte Fehler von $\left| \frac{\Delta p_g}{p_g} \right| = \pm 10\%$ liegt im Versuchsaufbau begründet.

Zur Bestimmung der Dicke der feststofffreien Wandzone in der strömenden Suspension

Die Bestimmung der Dicke der feststofffreien Wandzone ist mit einem großen Fehler behaftet. Da die Auswertung der Aufenthaltspositionen der Partikeln im Rohr "manuell" erfolgen mußte, war die ausgewertete Anzahl notgedrungen klein (100 Teilchen wurden pro eingestellte Rep

einzelnen am Bildschirm ausgezählt und ausgewertet), was sich in der Größe des Fehlers niederschlägt. Zusätzliche Probleme ergaben sich aufgrund des mangelnden Auflösungsvermögens und der schlechten Fokussierbarkeit des für die Auswertung zur Verfügung stehenden TV-Bildschirms, so daß die Videoaufnahmen nicht immer verzerrungsfrei wiedergegeben wurden. Dieses Problem kommt besonders bei kleinen Abmessungen der feststofffreien Wandzone zum Tragen, so daß ein Fehler von 0,1 % - bezogen auf den Rohrradius - ($\hat{=} s/R \pm 0,01$) angemessen erscheint.

Einerseits ist eine Orts- bzw. Größenverteilungs-Analyse hinsichtlich ihres Zeitbedarfs oder der benötigten Meß- und Gerätetechnik aufwendig, andererseits sind jegliche Informationen über die Aufenthaltspositionen von Partikeln in der Strömung für die Betrachtung des Stofftransportbeitrages der Partikeln von großer Bedeutung. Es ist zu berücksichtigen, daß man sich bisher - vor allem bei höheren Feststoffkonzentrationen - mit pauschalen Hinweisen auf die Existenz einer feststofffreien Wandzone und auf eine recht oberflächliche "Ähnlichkeit" des Erscheinungsbildes der Strömung mit dem Verhalten turbulenter Strömungen /1/, /27/ begnügte.

Zur Bewertung der Ergebnisse: feststofffreie Strömung und Suspensionsströmung im Vergleich

Wie im Anhang ausgeführt wird, ist der Fehler der verwendeten dimensionslosen Kennzahlen Re_R , Sh_R und Sc für Suspensionen größer als für die entsprechenden feststofffreien Strömungen, z.B.:

$$\left| \frac{\Delta Sh}{Sh} \right|_{c_s=0} = \pm 13\%; \quad \left| \frac{\Delta Sh}{Sh} \right|_{c_s \neq 0} = \pm 22\%$$

Die Ursache liegt in der wachsenden Unsicherheit der Größen von kinematischer Viskosität ν_s und molekularem Diffusionskoeffizienten der zunehmend höher (an Feststoff) konzentrierten Suspensionen. Zwar wurde die kinematische Viskosität der eingesetzten Suspensionen mit der bekannten Einstein'schen Formel (nach /24/)

$$\nu_s = \nu_f \left(1 + 2,5 \frac{v_s}{v_{ges}} \right)$$

korrigiert*; diese gilt aber streng nur für sehr kleine Partikeln in stark verdünntem Medium (keine gegenseitige Behinderung, keine Behinderung durch starre Wände); so dient die Gleichung der Bestimmung von Molekülradien und Molekulargewichten von Hochpolymeren.

Problematisch wird die Benutzung jeder (Näherungs-)Lösung, wenn sich die Suspension nicht mehr "homogen" verhält, wie es nach erfolgter Fest-/Flüssig-Entmischung der Fall ist. (Deshalb wird hier auf die einfachste Berechnungsmöglichkeit, die Einstein'sche Formel, zurückgegriffen.)

Das oben Bemerkte gilt auch für die Diffusionskoeffizienten der Übergangskomponente in Suspensionen. In Ermangelung zuverlässiger Literaturdaten (nur Collingham /1/ und Singh /27/ benutzen in Analogie zum Verhalten der elektrischen Leitfähigkeit korrigierte Stoffwerte) wurden die Diffusionskoeffizienten für CO_2 in den entsprechenden feststofffreien Lösungen eingesetzt. Die Diffusionskoeffizienten der Suspensionen sollten mit wachsender Feststoffkonzentration abnehmen, wenn der für die Diffusion zur Verfügung stehende Querschnitt aufgrund der Anwesenheit des inerten Feststoffs kleiner wird.

Damit folgt, daß die Rohr-Reynoldszahlen und die Schmidtzahlen der Suspensionsströmungen mit einem größeren Fehler behaftet sind als es bei den entsprechenden feststofffreien Systemen der Fall ist: die für die Stoffübergangsergebnisse gefundenen größeren Streuungen lassen sich somit z.T. auf zunehmende Unsicherheiten der Stoffwerte zurückführen.

*Weitere Korrekturformeln finden sich bei Batchelor /31/ für beliebige (auch flüssige und gasförmige) Partikeln von endlicher Viskosität sowie bei Happel und Brenner für größere Partikelkonzentrationen /32/.

4. Die laminare Suspensions-Rohrströmung

Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung für inkompressible Fluide

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (4.1)$$

die ein quellenfreies Geschwindigkeitsfeld beschreibt, und mit der Navier-Stokes'schen Differentialgleichung für ein stationär strömendes Fluid ($\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0$)

$$(\mathbf{v} \operatorname{grad}) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \nu \Delta \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \mathbf{F} \quad (4.2)$$

mit: $(\mathbf{v} \operatorname{grad}) \mathbf{v}$: Trägheitskräfte

$\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P$: Druckgradient

$\nu \Delta \mathbf{v}$: Reibungskräfte

$\frac{1}{\rho} \mathbf{F}$: äußere Kräfte (z.B. Gravitation)

läßt sich die bekannte parabolische Geschwindigkeitsverteilung

$$u(r) = u_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (4.3a)$$

r : Radialkoordinate

$u_0 = u(r=0)$

R : Rohrradius

für die feststofffreie laminare Rohrströmung (Newton'scher) Fluide ableiten. Für den Druckverlust im durchströmten Rohr gilt mit dem Hagen-Poiseuille'schen Gesetz:

$$\Delta P = \dot{V} \frac{8 \nu \rho l}{\pi R^4} \quad (4.3b)$$

Im Gegensatz zur feststofffreien laminaren Rohrströmung läßt sich die Geschwindigkeitsverteilung in der laminaren Suspensions-Rohrströmung mit den Wechselwirkungen zwischen Feststoff, Fluid und Rohrwand und den daraus resultierenden Eigenbewegungen der Partikeln auf analytischem Wege bisher nicht bestimmen. Selbst die in experimentellen Untersuchungen erhaltenen Informationen über diese Größen sind bisher spärlich und lassen eine allgemeingültige Beschreibung der laminaren Suspensionsströmung noch nicht zu.

Wie aber gerade aus der Gleichung der konvektiven Diffusion folgt, ist die Kenntnis des Strömungszustandes und der Geschwindigkeitsverteilung für die Betrachtung des Stoffübergangs in der Suspension unerlässlich: so treten die Geschwindigkeitskomponenten als von den Ortskoordinaten abhängige Koeffizienten in der DGL auf. Deshalb seien im folgenden die wichtigsten experimentellen Ergebnisse zu diesem Problem zusammengetragen und durch eigene Meßergebnisse speziell für die hinsichtlich ihres Stoffübergangs betrachteten Suspensionsströmungen ergänzt.

In der laminaren Suspensions-Rohrströmung treten Aufenthaltsverteilungen der Feststoffpartikeln auf, die das Resultat von quer zur Hauptströmungsrichtung wirksamen Reibungs- und Trägheitskräften sind. Die Partikelbewegung wird charakterisiert durch die Teilchenlängsgeschwindigkeit, seine Quergeschwindigkeit und die Winkelgeschwindigkeit seiner auf dem Schergradienten beruhenden Eigenrotation.

Bei allen Mehrphasenströmungen treten hydrodynamisch bedingte Fest-/Flüssig-Entmischungseffekte auf, sofern feste Berandungen eine Rolle spielen. In Rohren mit Kreisquerschnitt bewegen sich die Teilchen nach erfolgter Entmischung ohne Querkomponente der Geschwindigkeit in Ringzonen konzentrisch zur Rohrachse in Längsrichtung. Ihre radialen Aufenthaltspositionen werden als Gleichgewichtsposition bezeichnet. Man unterscheidet also:

- instationäre Partikelbewegungen im Verlauf der Fest-/Flüssig-Entmischung: dabei treten Querbewegungen in Bezug zur Hauptströmungsrichtung auf, während sich die Partikelrotation wie auch die Längsgeschwindigkeit entsprechend dem örtlichen Schergradienten ändern;
- stationäre Rotationsbewegungen nach erfolgter Fest-/Flüssig-Entmischung: es finden keine Querbewegungen mehr statt, die Längsgeschwindigkeit des Teilches bleibt konstant.

Die Verhältnisse komplizieren sich weiter durch das Auftreten von Schlupfgeschwindigkeiten, die verstärkt bei wachsenden Partikeldurchmessern sowie bei Dichtedifferenzen zwischen Flüssigkeit und Feststoff wirksam werden.

4.1. Fest-/Flüssig-Entmischung

Die oben angesprochene Fest-/Flüssig-Entmischung der Suspensionsströmung ist charakterisiert durch instationäre Bewegungsvorgänge seitens der Partikeln - und somit dem Verständnis nach vergleichbar dem hydrodynamischen Einlaufvorgang der laminaren feststofffreien Rohrströmung, nach dessen Abschluß das parabolische Geschwindigkeitsprofil ausgebildet ist. Während letzterer nach Stephan /46/ durch die hydrodynamische Einlauflänge gemäß

$$\frac{l_u}{2R} = 0,0575 \operatorname{Re}_R \quad (4.4)$$

beschrieben wird, also - je nach Strömungsgeschwindigkeit - nach vergleichsweise kurzen Strömungswegen abgeschlossen ist, ist die für die vollständige Fest-/Flüssig-Entmischung benötigte Rohrstrecke deutlich länger. Man unterscheidet dabei Partikelquerbewegungen aus den Rohr-Innenbereichen auf die Gleichgewichtszone zu (Kernentmischung) von solchen aus den Wandbereichen der Suspensionsströmung (Wandentmischung).

Kernentmischung

Partikeln, die das Rohr im Bereich zwischen der Rohrmitte und der Gleichgewichtszone betreten, weisen (nach erfolgtem hydrodynamischen Einlauf) eine höhere* Längsgeschwindigkeit, hingegen - wegen des zur Rohrmitte hin abnehmenden Schergradienten - eine niedrigere* Winkelgeschwindigkeit auf. Sie werden demzufolge im Verlauf der Kernentmischung in ihrer Längsbewegung verzögert, in ihrer Winkelgeschwindigkeit beschleunigt. Der größte Entmischungsweg ist durch dasjenige Teilchen gegeben, das auf der der Rohrmitte am nächsten gelegenen radialen Position das Rohr betritt.

Wandentmischung

Feststoffpartikeln, die das Rohr in unmittelbarer Nähe der Wand betreten, weisen eine niedrigere* Längsgeschwindigkeit, dafür aber eine hohe Winkelgeschwindigkeit auf. Bewegen sie sich dann auf die Gleichgewichtszone zu, so wird ihre Längsgeschwindigkeit größer, ihre Winkelgeschwindigkeit dagegen nimmt ab. Die Entmischungswege der Wandentmischung sind deutlich kleiner als diejenigen der Kernentmischung.

*jeweils bezogen auf die den Gleichgewichtspositionen zuzuordnenden Teilchengeschwindigkeiten (nach erfolgter Fest-/Flüssig-Entmischung)

Allgemein ist die Länge der Entmischungswege abhängig von der Strömungsgeschwindigkeit, vom Partikeldurchmesser, von der Feststoffkonzentration sowie von Dichtedifferenzen zwischen Feststoff und Flüssigkeit. Für nicht-sedimentierende, hochverdünnte Kugelsuspensionen (d.h. die einzelnen Partikeln unterliegen keinen gegenseitigen Wechselwirkungen) wurde von Bauckhage /23/ auf der Grundlage von Querkraftverläufen die folgende Beziehung abgeleitet:

$$\frac{l_s}{2R} = 1,43 \operatorname{Re}_R^{-1/2} \left(\frac{d}{2R} \right)^{-2} \left[\frac{|r_1 - r_0|}{R} + \frac{R}{r^+} \ln \left| \frac{r_1}{r_0} \right| + \left(\frac{r^+}{R} - \frac{R}{r^+} \right) \ln \left| \frac{r_1 - r^+}{r_0 - r^+} \right| \right] \quad (4.5)$$

Damit ist die für einen Entmischungsvorgang benötigte Rohrlänge allgemein umso größer, je kleiner die Rohr-Reynoldszahl und der Partikeldurchmesser werden. Unabhängig davon ist der Wert des Gleichgewichtsradius' r^+/R zu berücksichtigen, der mit wachsenden Re_R zunimmt.

Bei höheren Feststoffkonzentrationen sollten sich die Entmischungslängen infolge gegenseitiger Behinderung der Partikeln eher vergrößern /23/. Die vollständige Entmischung ist dann nicht mehr dadurch zu beschreiben, daß alle Partikeln die Gleichgewichtsposition erreicht haben. Die feststoffführende Zone verbreitert sich deutlich; andernfalls müßte die örtliche Feststoffkonzentration in der Gleichgewichtszone je nach dem Teilchenvolumen unrealisierbar hohe Werte annehmen.

Bei sedimentierenden Feststoffpartikeln wird die Länge des Entmischungsweges zusätzlich von der relativen Sinkgeschwindigkeit der Teilchen (d.h. auch von der Beziehung zwischen Sedimentations- und Strömungsrichtung) beeinflußt. Nach Bauckhage /23/ zeigen dichtere Partikeln im Aufwärtsstrom wegen der größeren Querkräfte kürzere Entmischungswege. Quantifizierbar ist diese Aussage jedoch bisher nicht. Komplizierte Verhältnisse liegen bei sedimentierenden Suspensionen in waagrecht durchströmten Rohren vor, da hier die hydrodynamische Querkraft und die Gravitationskraft je nach der Aufenthaltsposition des Teilchens in gleiche oder unterschiedliche Richtungen weisen.

4.2. Die entmischte Suspensions-Rohrströmung

Sind die Partikeln nach erfolgter Fest-/Flüssig-Entmischung auf ihren Gleichgewichtspositionen eingetroffen, so findet von nun an keine Partikel-Querbewegung mehr statt. Die Feststoffkugeln weisen bei ihrer Bewegung stromabwärts lediglich eine konstante Längsgeschwindigkeit und eine stationäre Winkelgeschwindigkeit auf. Dabei rotieren sie um eine Achse normal zur Strömungsrichtung und senkrecht zur Radialkoordinate durch den Teilchenmittelpunkt r^+/R . Nach Untersuchungen von Jeffrey /21/ entspricht für nicht-sedimentierende kugelförmige Partikeln

- die Längsgeschwindigkeit in erster Näherung der Strömungsgeschwindigkeit der feststofffreien Strömung am Ort des Kugelmittelpunktes r^+/R ; somit gilt:

$$u_s \left(\frac{r^+}{R} \right) \approx u_0 \left(1 - \frac{r^{+2}}{R^2} \right) \quad (4.6)$$

- ihre Winkelgeschwindigkeit ebenfalls näherungsweise dem Betrag des halben Schergradienten an der Stelle r^+/R :

$$\omega_s \approx \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| = \frac{u_0}{R} \frac{r^+}{R} \quad (4.7)$$

Die Situation wird kompliziert durch das Auftreten von Schlupfgeschwindigkeiten in Längsrichtung oder bei der Rotation, wie sie von Brenner /47/, Simha /48/ und Goldsmith und Mason /49/ angesetzt wurden und die für endliche Werte von $d/2R$ und für höhere Rohr-Reynoldszahlen, für veränderte Dichtedifferenzen zwischen Feststoff und Fluid sowie für höhere Feststoffkonzentrationen verstärkt in Erscheinung treten.

Hat ein Teilchen eine andere Längsgeschwindigkeit als die der ungestörten Strömung an der Stelle des Teilchenmittelpunktes, so spricht man vom "Teilchenschlupf" (engl.: slip = gleiten, rutschen). Schlupfgeschwindigkeiten können sich sowohl als Geschwindigkeitsverminderung als auch als Geschwindigkeitserhöhung bemerkbar machen.

Eindeutige Aussagen lassen sich über den Simha-Schlupf /48/ machen, der für die schleichende Strömung und unter der Voraussetzung sehr kleiner Durchmesser-Verhältnisse von Partikeln und Rohr ($d/2R$) aus der NSG abgeleitet wurde; es gilt:

$$\Delta u_s \left(\frac{r^+}{R} \right) = \Delta u_{Si} = \frac{2}{3} u_0 \left(\frac{d}{2R} \right)^2 \quad (4.8)$$

Der Simha-Schlupf bedeutet eine Geschwindigkeitsverminderung.

Der Schlupf infolge von Dichtedifferenzen und daraus resultierenden Sink- bzw. Absetzgeschwindigkeiten wird durch die Sinkgeschwindigkeit ($\Delta u_{s\infty}$ im ∞ ausgedehnten Fluid) bestimmt; letztere ist in nicht-berandeter Strömung durch die folgende Gleichung gegeben:

$$\Delta u_{s\infty} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \cdot g \cdot \frac{d}{C_W}} \quad (4.9)$$

$$\text{mit } C_W = \frac{24}{Re_d} \quad \text{für } Re_d < 1 ; \quad C_W : \text{Widerstandsbeiwert}$$

im Bereich der Gültigkeit des Stokes'schen Widerstandsgesetzes.

Vergleicht man die Verhältnisse des durchströmten Rohres mit denjenigen der nicht-berandeten Strömung, so wirkt die Nachbarschaft der Rohrwand auf ein sedimentierendes Feststoffteilchen geschwindigkeitsvermindernd.

Bisher nicht getrennt voneinander zu erfassen sind Schlupfgeschwindigkeiten, die sich aus Trägheitseffekten sowie als Auswirkung unterschiedlicher Winkelgeschwindigkeiten bei der Partikelrotation ergeben. So weicht die tatsächliche Winkelgeschwindigkeit nach allen bisher bekannt gewordenen experimentellen Ergebnissen /49/ sehr stark von jener nach Gl. 4.7 ab, wenn die Rohr- und Partikel-Reynoldszahlen groß werden.

In einem Bereich sehr niedriger Rohr- und Partikel-Reynoldszahlen

$$Re_R \leq 10^{-2}; \quad Re_d \leq 10^{-4}$$

stellten Goldsmith und Mason dagegen für Teilchen der Größe $d/2R$ gegenüber dem theoretischen Wert der Winkelgeschwindigkeit Abwei-

chungen von weniger als 1 % fest. Bei derartig niedrigen Reynoldszahlen sind Trägheitseffekte zu vernachlässigen. Dann wiederum müßten diese Abweichungen allein auf die Wechselwirkungen des kugelförmigen, starren Teilchens endlicher Ausdehnung mit der rotationssymmetrischen Krümmung des Scherfeldes zurückzuführen sein. Signifikante Abweichungen zu kleineren Winkelgeschwindigkeiten ergaben sich dagegen vor allem für größere Teilchen im wandnahen Bereich. Auf Wand- und Trägheitseffekten basiert der Spin-Schlupf der Winkelgeschwindigkeit, der wiederum sehr wahrscheinlich den Schlupf der Längsgeschwindigkeit beeinflusst.

Bei Anwesenheit einer größeren Anzahl von Teilchen, bei höheren Feststoffkonzentrationen also, kommt es zu Wechselwirkungen zwischen einzelnen Teilchen, die u.a. zur Bildung von sogenannten Kugelketten /50/, /23/ führen. Auch auf diese Weise werden Längs- und Winkelgeschwindigkeiten von Partikeln beeinflusst. Ketten bewegen sich im allgemeinen umso langsamer, je mehr Partikeln sie enthalten /23/. Das von Bauckhage /23/ untersuchte Verhalten der Gleichgewichtsposition ließ allerdings bisher keine eindeutigen Gesetzmäßigkeiten erkennen.

- Im weiteren wird - zweckgerichtet auf die Erläuterung der Stoffübergangsphänomene in der strömenden Suspension - das komplexe Gebiet der Schlupfgeschwindigkeiten vorläufig ausgeklammert, zumindest soweit kleine Partikeln von gleicher Dichte wie die Flüssigkeit betroffen sind.
- Es wird vielmehr davon ausgegangen, daß die interessierenden Partikel-Geschwindigkeiten (Längs- und Winkelgeschwindigkeit) zunächst durch die radiale Aufenthaltsposition mit den Formeln 4.13 und 4.14 gegeben sind. Dies gilt für nicht- oder nur schwach-sedimentierende kugelförmige Feststoffteilchen, die - bezogen auf den Rohrdurchmesser - klein sind und stets einen Mindestabstand von der ortsfesten Rohrwand einhalten. Die Störung des laminaren Geschwindigkeitsprofils ist dann minimal.

Auf die Abhängigkeit der sogenannten Gleichgewichtszone - der radialen Aufenthaltsverteilung der Partikeln nach erfolgter Entmischung - wird im folgenden eingegangen.

4.2.1 Die Gleichgewichtszone in der entmischten Suspensions-Rohrströmung

Die bisher vorliegenden Untersuchungen zur Entmischung von Mehrphasenströmungen sowie des Verhaltens bereits entmischter Systeme /20/-/23/, /48/-/50/ bezogen sich im wesentlichen auf Rohre größerer Durchmesser und damit auch auf größere Partikeldurchmesser, auf das Verhalten von Einzelkugeln bis hin zur Bildung von Kugelketten. Die Fragestellung galt dabei weniger der pauschalen Beschreibung einer Suspensionsströmung mit definierter Feststoffkonzentration, was hinsichtlich der Untersuchung des Stoffübergangsverhaltens dieser Mehrphasenströmung aber erforderlich wird.

Bevor auf die eigenen Untersuchungen eingegangen wird, seien die bisher bekannten Ergebnisse kurz zusammengefaßt.

In der entmischten laminaren Rohrströmung bewegen sich Einzelkugeln in Längsrichtung auf einer radial ortsfesten Position, die als Gleichgewichtsposition oder als Gleichgewichtsradius r^+/R bezeichnet wird. Für diesen Gleichgewichtsradius, der durch den Ort des Kugelmittelpunktes des betrachteten Teilchens markiert ist, fand Bauckhage /23/ die folgende empirische Beziehung:

$$r^+/R = (1 - d/2R) \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + 0,064 \ln \frac{Re_R}{36} \right] \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \text{für } c_s &\rightarrow 0 \\ 36 &\leq Re_R \leq 1000 \\ 0,05 &\leq d/2R \leq 0,42 \end{aligned}$$

Für die Dicke der feststofffreien Wandzone s/R gilt allgemein:

$$s/R = 1 - \frac{r^+}{R} - \frac{d}{2R} \quad (4.11)$$

Der Gleichgewichtsradius wird demnach zur Wand hin verschoben mit

- abnehmendem Partikeldurchmesser
- wachsender Rohr-Reynoldszahl.

Betrachtet man die Dicke der feststofffreien Wandzone s/R , so findet man:

- sie nimmt ab mit wachsender Rohr-Reynoldszahl
- sie ist ($Re_R = \text{const}$) weniger abhängig vom Partikeldurchmesser, als dies beim Gleichgewichtsradius r^+/R der Fall ist, da die Beträge der Verringerung des Gleichgewichtsradius' (aufgrund eines größeren Teilchendurchmessers) und der Zunahme des Teilchendurchmessers größenordnungsmäßig gleich sind.

Dieser Zusammenhang ist zu berücksichtigen, wenn man von der Wandnähe bzw. der Wandannäherung verschieden großer Partikeln spricht: Mit wachsendem Partikeldurchmesser verschiebt sich zwar der Gleichgewichtsradius zur Rohrmitte, trotzdem kann sich die Dicke der feststofffreien Wandzone sogar verringern, wenn $|\Delta r^+/R| \leq |\Delta d/2R|$ ist. Bei höheren Feststoffkonzentrationen läuft die Entmischung nicht mehr so vollständig ab wie bei Einzelkugeln: wegen gegenseitiger Wechselwirkungen, die die entmischenden Querkräfte überlagern, läuft die Wandentmischung zwar noch vollständig ab, so daß die feststofffreie Wandzone in jedem Fall beobachtet wird; dies gilt nach /1/ noch für Feststoffkonzentrationen bis zu 27 Vol%. Die feststofffreie Wand-schicht verschiebt sich allerdings weiterhin mit zunehmender Feststoffkonzentration zur Rohrwand. Dagegen zeigt sich die Kernentmischung zunehmend behindert.

Für das Verhalten von sedimentierenden Einzelkugeln in der Aufwärts- und der Abwärtsströmung fand Bauckhage, daß die Feststoffteilchen näher an der Rohrwand transportiert werden, wenn die Sedimentations- und die Strömungsrichtung übereinstimmen; sind beide entgegengerichtet, so verschiebt sich der Gleichgewichtsradius zur Rohrmitte.

4.2.2 Der Einfluß der Feststoffkonzentration

Die Bilder 4-1 und 4-2 zeigen das Verhalten von Feststoffpartikeln unterschiedlicher Teilchendurchmesser (4-1: $d/2R = 0,10$; 4-2: $d/2R = 0,14$) in - gegenüber /23/ - vergleichsweise konzentrierten Suspensionsströmungen. Die Feststoffverteilungen in Abhängigkeit der Reynoldszahl Re_R unterscheiden sich in mehrfacher Hinsicht von dem durch Gl. 4.10 beschriebenen Verhalten von Einzelkugeln ($c_s \rightarrow 0$). Bei höheren Feststoffkonzentrationen werden die Partikeln in Ringzonen

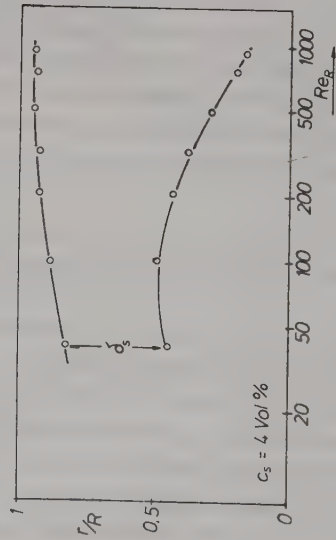
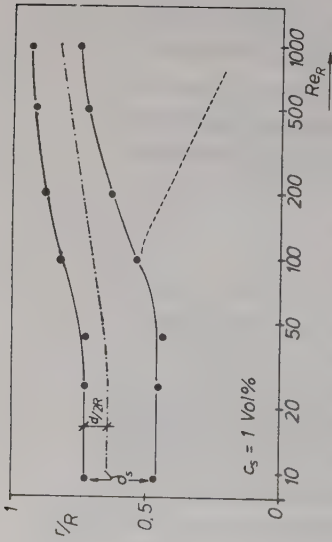


Bild 4-1 Die Veränderung der radialen Aufenthaltszone von Partikeln ($d/2R = 0,10$; $\Delta \varphi = 0$) in Abhängigkeit von Re_R für unterschiedliche Feststoffkonzentrationen; — Gleichgewichtsradius $\bar{r}/R$ für Einzelkugeln nach [23]

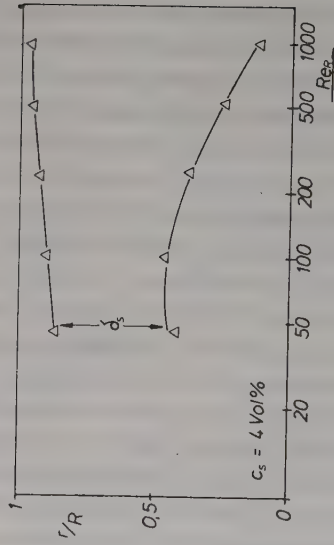
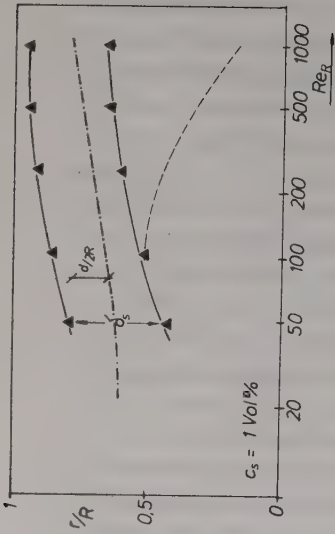


Bild 4-2 Die Veränderung der radialen Aufenthaltszone von Partikeln ($d/2R = 0,14$; $\Delta \varphi = 0$) in Abhängigkeit von Re_R für unterschiedliche Feststoffkonzentrationen; — Gleichgewichtsradius $\bar{r}/R$ für Einzelkugeln nach [23]

transportiert, deren Dicke im allgemeinen größer als der Teilchendurchmesser ist:

$$\frac{\delta_s}{R} > d/R .$$

Die Feststoffverteilung ist also nicht mehr eindeutig durch den Gleichgewichtsradius r^+/R nach Gl. 4.10 beschrieben, dessen Größe durch die strichpunktierte Kurve (- . - . -) dargestellt wird. Die durchgezeichneten Kurven grenzen die feststoffführende Ringzone ein und beschreiben somit deren Dicke δ_s .

Zum einen erscheint die feststofffreie Wandzone bei höheren Feststoffkonzentrationen gegenüber den Verhältnissen bei Einzelkugeln verkleinert, zum anderen gibt der logarithmische Zusammenhang von Gl. 4.10 die tatsächlichen Verhältnisse zunehmend unvollkommen wieder, wenn der Grad der Wandannäherung sehr groß wird. (Vergleichbares wurde von /51/, /52/ für Einzelkugeln erst bei größeren Reynoldszahlen, $Re_R > 1000$, beobachtet.)

Für $c_s = 1$ Vol% findet man in beiden Bildern, d.h. bei beiden Partikelgrößen, den Hauptanteil der Feststoffteilchen in dem durch die Meßpunkte gekennzeichneten Bereich. Ab

$$Re_R > 100$$

werden jedoch in zunehmendem Maße auch Partikeln in näher zur Rohrmitte gelegenen Strömungsbereichen transportiert. Dies soll durch die unterbrochen gezeichnete Kurve (- - -) verdeutlicht werden. Bei $c_s = 4$ Vol% lassen sich praktisch keine Konzentrationsunterschiede in der nun sehr breiten feststoffführenden Ringzone mehr ausmachen; die Dicke der feststofffreien Wandzone ist gegenüber der 1%igen Suspension reduziert.

Es bestätigt sich auch für höhere Feststoffkonzentrationen die Existenz eines Bereiches der Rohr-Reynoldszahl, in dem die Aufenthaltsverteilung der Partikeln praktisch unabhängig von Re_R wird, dies gilt für

$$Re_R < 50 ,$$

wie dem Bild 4.1 besonders deutlich zu entnehmen ist.

Es fällt auf, daß sich die Feststoffverteilungen bei wachsenden Feststoffkonzentrationen trotz unterschiedlicher Teilchendurchmesser in wachsendem Maße angleichen, so daß die Aufenthaltszonen für die beiden Partikeldurchmesser bei $c_s = 4 \text{ Vol\%}$ fast identisch sind. Einen solchen Effekt beschrieb bereits Collingham /2/: Bei noch größeren Feststoffkonzentrationen erscheint schließlich die Suspensionsströmung bis auf eine sehr kleine feststofffreie Wandzone "homogen" (Bereiche unterschiedlicher Feststoffkonzentration sind - mit Ausnahme der feststofffreien Wandzone - nicht mehr auszumachen). Offensichtlich nimmt mit wachsender Feststoffkonzentration der Einfluß der Partikelgröße ($d/2R$) auf die Aufenthaltsverteilung ab. Letztere ist praktisch nur noch von der jeweiligen Rohr-Reynoldszahl abhängig.

4.2.3 Der Einfluß von Dichtedifferenzen zwischen Feststoff und Flüssigkeit

Bei in der laminaren Rohrströmung transportierten Einzelkugeln führt das Auftreten von Dichtedifferenzen zwischen Feststoff und Fluid zu einer Verlagerung der Gleichgewichtspositionen in Richtung der Rohrwand, wenn Strömungs- und Sedimentationsrichtung übereinstimmen, in Richtung der Rohrmitte, wenn sie gegenläufig sind. Dieses Ergebnis von Bauckhage /56/ gilt wiederum zunächst nur für "Einzelkugeln", also bei sehr kleinen Feststoffkonzentrationen.

Wie Bild 4-3 zeigt, verschiebt sich auch bei höher konzentrierten Suspensionen ($c_s = 1 \text{ Vol\%}$) die partikelführende Ringzone zur Rohrwand, und die feststofffreie Wandzone wird kleiner, wenn man Dichtedifferenzen zwischen Fluid und Feststoff einführt und wenn Sedimentations- und Strömungsrichtung übereinstimmen. Im Prinzip bleibt die Abhängigkeit der Dicke der feststofffreien Wandzone s/R von der Rohr-Reynoldszahl gegenüber nicht-sedimentierenden Suspensionen erhalten, ebenso wie die für

$$Re_R < 50$$

konstante Feststoffverteilung bei niedrigen Rohr-Reynoldszahlen.

Die feststoffführende Ringzone wird für wachsende Reynoldszahlen zur Rohrwand verschoben, ohne ihren Durchmesser - und damit die lokale Volumenkonzentration der dort transportierten Teilchen - wesentlich zu verändern. Allerdings findet man einzelne Partikeln in Positionen, die

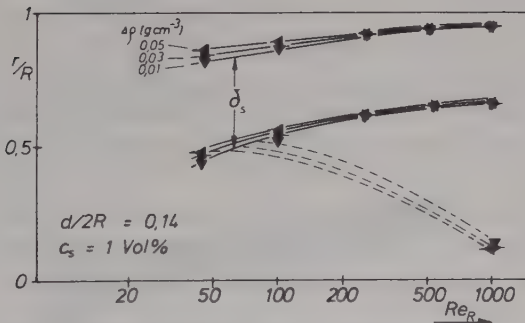
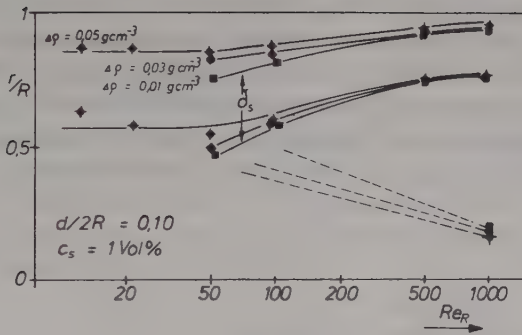


Bild 4-3 Radiale Aufenthaltszonen in sedimentierenden Suspensionen (Strömungsrichtung = Sedimentationsrichtung : vertikal abwärts).

der Rohrmitte näher sind, je größer die Dichtedifferenz zwischen Feststoff und Fluid ist. Die geordnete radiale Feststoffverteilung als Ergebnis der Fest-/Flüssig-Entmischung verliert mit zunehmenden Dichtedifferenzen an Eindeutigkeit.

4.2.4 Nähere Betrachtung der feststofffreien Wandzone

Der für die Bewegung von Einzelkugeln beschriebene Gleichgewichtsradius r^+/R nach /23/ ist also bei höheren Feststoffkonzentrationen keine zur Charakterisierung des Strömungsverhaltens geeignete Größe mehr. Aus diesem Grund wird im folgenden ausführlicher auf die verschiedenen Abhängigkeiten der feststofffreien Wandzone s/R eingegangen. Letztere ist - zunächst für $c_s \rightarrow 0$ - sowohl durch den Auf-

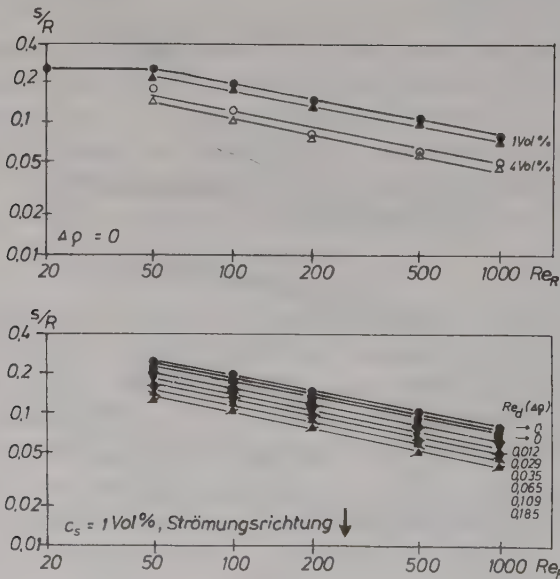


Bild 4-4 Die Dicke der feststofffreien Wandzone in Abhängigkeit der Rohr-Reynoldszahl ($l = 200 \text{ cm}$) für
 - wachsende Feststoffkonzentrationen
 - wachsende Partikel-Reynoldszahlen.

$d/2R = 0,10$: $\circ$ $\square$ $\blacklozenge$ $\blacktriangleright$
 $d/2R = 0,14$: $\blacktriangle$ $\blacktriangledown$ $\blacktriangleleft$ $\blacktriangleleft$

enthaltensort des Teilchens (r^+/R) als auch durch den Partikeldurchmesser bestimmt.

Die Dicke der feststofffreien Wandzone in entmischten Suspensionsströmungen ist in Bild 4-4 als Funktion der Rohr-Reynoldszahl aufgetragen: im oberen Teil für verschiedene Partikeldurchmesser und -konzentrationen ($\Delta \rho = 0$), im unteren Teil für verschiedene Dichtedifferenzen zwischen Feststoff und Fluid ($c_s = 1 \text{ Vol\%}$) bei Übereinstimmung von Strömungs- und Sedimentationsrichtung (vertikal abwärts). Der Maßstab ist in beiden Fällen doppelt-logarithmisch. Bei zunehmender Wandannäherung infolge höherer Feststoffkonzentration ergibt sich die Abhängigkeit der feststofffreien Wandzone von Re_R nicht mehr wie nach /23/ als eine einfach logarithmische Funktion (Gl. 4.10). Durch gegenseitige Behinderung werden Feststoffpartikeln in Strömungsbereiche gedrängt, die nicht mehr dieser Gleichgewichtsposition entsprechen; eine minimale feststofffreie Wandzone wird jedoch unter allen untersuchten Bedingungen gefunden (bis $Re_R \leq 3600$, /23/).

In doppelt-logarithmischem Maßstab läßt sich für den Zusammenhang zwischen der Dicke der feststofffreien Wandzone und der Rohr-Reynoldszahl (zusammenfassend) für sämtliche Meßwerte eine Ausgleichsgerade finden. Es ergibt sich:

- Die Dicke der feststofffreien Wandzone nimmt mit zunehmender Rohr-Reynoldszahl weiter ab, sie ist umso geringer, je größer die Feststoffkonzentration ist; die Abhängigkeit vom Partikeldurchmesser ist, wie bereits vermutet, dagegen nur gering.

Um das Verhalten sedimentierender Partikeln zu beschreiben, wird nach /56/ eine Partikel-Reynoldszahl eingeführt, die mit der Sinkgeschwindigkeit des Teilchens (im unendlich ausgedehnten Fluid) gebildet wird:

$$Re_d = \frac{\Delta u_{s\infty} \cdot d}{\nu_f} = \frac{1}{18} \cdot \frac{\rho_f - \rho_s}{\rho_f} \cdot g \cdot \frac{d^3}{\nu_f^2} \quad (4.12)$$

Es zeigt sich, daß die Dicke der feststofffreien Wandzone umso geringer ist, je größer die Partikel-Reynoldszahl wird - vorausgesetzt, daß Strömungs- und Sedimentationsrichtung übereinstimmen.

4.2.5 Feststoffverteilung in der waagrechten Rohrströmung

Die Feststoffverteilung im waagrechten Rohr ist bei gleicher Dichte von Feststoff und Flüssigkeit identisch mit derjenigen im vertikalen Rohr. Wie zu erwarten, treten mit wachsenden Partikel-Reynoldszahlen zunehmende Abweichungen auf.

Im waagrechten Rohr können Querbewegungen von sedimentierenden Partikeln ($\rho_s > \rho_l$) über Längen, die deutlich größer sind als die Entmischungswege der vertikalen Suspensionsströmung, nicht mehr ausgeschlossen werden. Dies gilt auch für instationäre Teilchenbewegungen. Die Feststoffverteilung ist über den Rohrquerschnitt nicht mehr symmetrisch. Im unteren Teil des Rohres ist die Feststoffkonzentration im allgemeinen größer. Außerdem werden die Partikeln in der unteren Rohrhälfte näher an der Rohrwand transportiert als in der oberen Rohrhälfte. Die Zusammenhänge illustriert Bild 4-5.

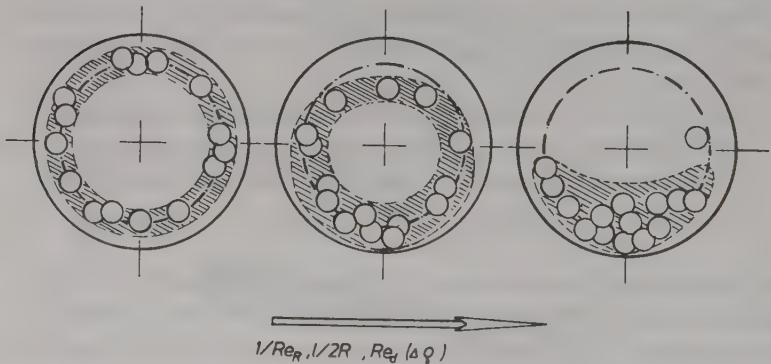


Bild 4-5 Radiale Positionen von sedimentierenden Partikeln im waagrechten Rohr

Bei niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten können die Partikeln - in Abhängigkeit von der Rohrlänge - in der unteren Rohrhälfte die Wand berühren. (Zumindest ist dann mit den aufgeführten Untersuchungsmethoden keine feststofffreie Wandzone mehr feststellbar.)

Die Verhältnisse, die nach dem Durchströmen einer Rohrlänge von 2000 mm herrschen, sind in Bild 4-6 dargestellt. Die Gleichgewichtszonen der vertikalen Suspensionsströmung bleiben im Prinzip erhalten, jedoch ergeben sich je nach Strömungsgeschwindigkeit und Dichtedifferenz zwischen Feststoff und Fluid Abweichungen, weil die Gravitationskraft und die entmischende "Quer"-Kraft je nach der Position des Teilchens im Rohrquerschnitt unterschiedliche Richtungen aufweisen.

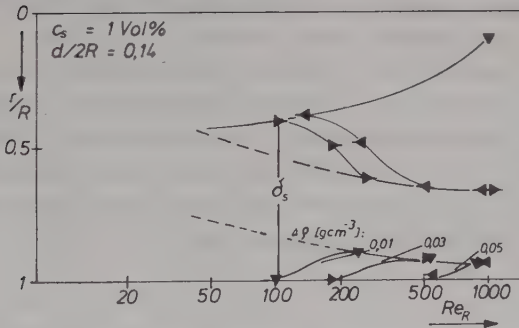
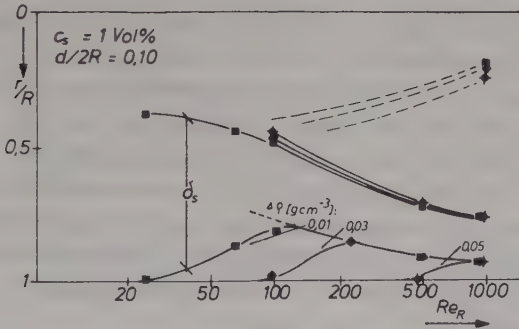


Bild 4-6 Radiale Aufenthaltszonen sedimentierender Partikeln im waagrechten Rohr (untere Rohrhälfte, $l = 2000 \text{ mm}$)

Sind die Richtungen gleich, so wie es bei der Wandentmischung in der oberen Rohrhälfte und bei der Kernentmischung in der unteren Rohrhälfte der Fall ist, so läuft der Entmischungsvorgang beschleunigt ab. Je größer die Dichtedifferenz zwischen Fluid und Feststoff ist, desto

größer ist auch die Gewichtskraft, die zu der zur unteren Rohrwand gerichteten Querkraft vektoriell zu addieren ist, und umso deutlicher ist die "Gleichgewichtsposition" in ebendiese Richtung verschoben. Mit wachsenden Dichtedifferenzen (und Partikel-Reynoldszahlen) wachsen auch diejenigen Werte der Rohr-Reynoldszahl, bei denen im unteren Scheitelpunkt des Rohrquerschnitts bei gegebener Rohrlänge keine feststofffreie Wandzone mehr bestimmt werden kann (s.a. Bild 4-6).

Leicht verzerrt findet man auch den "Gleichgewichtsradius" im oberen Scheitelpunkt des Rohrquerschnitts. Weiter stromabwärts tritt eine mit wachsender Bedeutung der Gewichtskraft zunehmende Verarmung der oberen Rohrhälfte an Feststoff auf, die darauf zurückzuführen ist, daß Partikeln sich aufgrund der Gravitation in die untere Rohrhälfte bewegen. Wegen der radialen Abhängigkeit der entmischenden Querkräfte führt diese Bewegung (bei den untersuchten geringen Dichtedifferenzen) nicht durch die Rohrmitte bzw. den Strömungskern, sondern vollzieht sich in der mehr oder weniger verzerrten "Gleichgewichtszone" (d.h. auf einer Mantelfläche parallel zur Rohrwand).

Faßt man die Bewegungsvorgänge sedimentierender Partikeln im waagrechteten Rohr vereinfachend zusammen, so ergibt sich: Die Partikeln, die gleich verteilt in den Rohrquerschnitt eintreten, sind - wie im vertikalen Rohr - bestrebt, sich in Richtung des (nunmehr leicht verzerrten) "Gleichgewichtsradius" zu bewegen. Während in der vertikalen Rohrströmung nach dem Erreichen der Gleichgewichtsposition keine Partikel-Querbewegung mehr stattfindet (es herrscht ein Kräftegleichgewicht), bewegen sich die Teilchen im waagrechteten Rohr aufgrund der Gravitationskraft langsam in die untere Rohrhälfte.

Das Verhalten sedimentierender Partikeln in der waagrechteten Rohrströmung bewegt sich demnach zwischen den in Bild 4-5 dargestellten Extrema (schraffierte Bereiche = Aufenthaltszonen im Rohrquerschnitt):

- Die Feststoffverteilung ist identisch mit derjenigen im vertikalen Rohr, wenn
- die Rohr-Reynoldszahl und die Strömungsgeschwindigkeit hoch
- die Partikel-Reynoldszahlen klein sind;

oder:

- Sämtliche Partikeln werden in unmittelbarer Nähe der unteren Rohrwand transportiert, und eine feststofffreie Wandzone ist nicht mehr zu bestimmen, wenn
 - die Rohr-Reynoldszahl niedrig
 - die Partikel-Reynoldszahl hoch und
 - die Rohrlängen hinreichend groß sind.

5. Stoffübergang in feststofffreien und in feststoffhaltigen Rohrströmungen

Eine Komponente, die in einer fluiden Phase gelöst ist, kann mittels der molekularen Diffusion (Fick'sche Gesetze) oder mittels Konvektion (gebunden an die makroskopische Bewegung des Fluids) transportiert werden. Da in einer bewegten fluiden Phase beide Transportmechanismen möglich sind, faßt man sie unter dem Begriff der "konvektiven Diffusion" /28/ zusammen. Stofftransport durch konvektive Diffusion wird ganz allgemein durch die folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \text{div} (D \text{ grad } c) - \text{div} (c v) \quad (5.1)$$

Wenn man die Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten von der Konzentration vernachlässigt, ferner die Flüssigkeit als inkompressibel betrachtet ($\text{div } v = 0$), so kann man schreiben:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = (v \text{ grad } c) - D \Delta c \quad (5.2)$$

oder explizit in karthesischen Koordinaten:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = u_1 \frac{\partial c}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial c}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial c}{\partial x_3} - D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial x_3^2} \right) \quad (5.3)$$

Die Differentialgleichung allein reicht nicht für die Bestimmung der Konzentrationsverteilung $c(x_1, x_2, x_3, t)$ in einem bewegten Fluid aus; für eine vollständige Lösung müssen Anfangs- und Randbedingungen gefunden werden, die $c(x_1, x_2, x_3, t)$ erfüllt.

In Analogie zum Impulstransport und zur Behandlung der Navier-Stokes'schen Differentialgleichungen erhält man das dimensionslose Verhältnis

$$\frac{u_0 \cdot R}{D} = \text{Pe}_R \quad , \quad (5.4)$$

das als die Peclet-Zahl bekannt ist (hier mit R : Rohrradius als charakteristische Länge für die Rohreometrie). Diese spielt in der konvektiven Diffusion die gleiche Rolle wie die Reynoldszahl in der Fluidströmung; sie beschreibt das Verhältnis von konvektivem und

molekularem Stofftransport. Das dimensionslose Verhältnis zwischen Peclet- und Reynolds-Kennzahl ist die Schmidtzahl (oder Prandtlzahl):

$$Sc = Pe/Re = \frac{\nu}{D} \quad . \quad (5.5)$$

Sie wird ausschließlich durch die Stoffeigenschaften des Systems bestimmt, die den molekularen Impuls- und Stofftransport charakterisieren.

Wenn

$$Sc = 1$$

ist, herrscht vollständige Analogie zwischen molekularem Impuls- und Stofftransport. Dies ist nur bei idealen Gasen der Fall. In Flüssigkeiten wie Wasser treten Schmidtzahlen der Größenordnung

$$Sc \approx 10^3$$

auf; in hochviskosen Fluiden erreichen sie Werte von 10^6 und mehr. Dann ist selbst bei sehr geringen Strömungsgeschwindigkeiten der konvektive Stofftransportmechanismus gegenüber dem molekularen vorherrschend.

Wenn ein Transportvorgang in einer Flüssigkeitsströmung aus einem molekularen und einem konvektiven Teilschritt zusammengesetzt ist, ist die molekulare Diffusion im allgemeinen geschwindigkeitsbestimmend. Eine Differenzierung nach den Größenordnungen von ν , D (oder auch der molekularen Wärmeleitfähigkeit) erhält ihre Bedeutung, wenn bei einem gegebenen Stoff- (oder Wärme-)transportproblem die vorherrschenden Transportmechanismen abgeschätzt werden müssen, wie dies bei dem Problem der Stoffübergangserhöhung in der Rohrströmung durch inerte Feststoffpartikeln erforderlich ist. So können sehr kleine konvektive Transportbeiträge nur dann zum Tragen kommen, wenn die Geschwindigkeit des molekularen Transportes durch Diffusion (bzw. Leitung) entsprechend klein ist. In genau diesen Grenzbereich des Transportes durch Konvektion und/oder Diffusion ist die stoffübergangserhöhende Wirkung der in der laminaren Rohrströmung transportierten Partikeln einzuordnen.

5.1. Stofftransport in der feststofffreien laminaren Rohrströmung

Betrachtet man eine laminare Strömung in einem Rohr mit Kreisquerschnitt, so lassen sich in Längsrichtung zwei Bereiche der Geschwindigkeitsverteilung unterscheiden: zum einen der hydrodynamische Einlaufbereich, zum anderen der Bereich des voll ausgebildeten Poiseuille'schen Geschwindigkeitsprofils. Im Einlaufbereich entwickelt sich das anfangs flache Profil (Kolbenprofil) durch den verzögernden Einfluß der Rohrwände zum parabolischen Geschwindigkeitsprofil der Poiseuille-Strömung. Man beschreibt dies mit Hilfe des Modells der hydrodynamischen Grenzschicht, innerhalb derer sich - in unmittelbarer Nähe der Rohrwand - ein Geschwindigkeitsgradient einstellt, und die sich mit wachsender Rohrlänge ausdehnt. Im selben Maße, wie sich die Dicke der hydrodynamischen Grenzschicht dem Wert des Rohrradius nähert, nimmt der Durchmesser des zentralen Kerns der Strömung, in dem das Geschwindigkeitsprofil flach ist, ab und wird bei

$\delta_0 \approx R$ (δ_0 : Dicke der hydrodynamischen Grenzschicht) zu Null. Dies ist begleitet von einem Anwachsen der Geschwindigkeit, da die mittlere Geschwindigkeit wegen $\text{div } \mathbf{v} = 0$, $\varphi = \text{const}$ über die Rohrlänge konstant bleiben muß. Man bezeichnet den Bereich, in dem sich das parabolische Geschwindigkeitsprofil ausbildet (vom Rohrein-gang bis zur Stelle $\delta_0 \approx R$) als die hydrodynamische Einlauf-länge l_u . Sie ist gegeben durch die Proportionalität /28/

$$l_u \sim 0,1 R \cdot \text{Re}_R. \quad (5.6)$$

Für ihre Berechnung teilte Stephan /46/ die Beziehung

$$l_u/2R = 0,0575 \text{ Re}_R \quad (5.7)$$

mit. Für

$$l > l_u$$

ist die Strömung schließlich durch das bekannte parabolische Geschwindigkeitsprofil (Gl. 4.3a) charakterisiert.

Gleichermaßen läßt sich die Entwicklung des Konzentrationsprofils veranschaulichen; man unterscheidet wiederum einen Einlaufbereich und einen Bereich des vollausbildeten Konzentrationsprofils. Wenn der Diffusionskoeffizient einer gelösten Komponente in einer Flüssigkeit klein ist gegenüber ihrer kinematischen Viskosität, ist die Rohrlänge, über die sich eine stationäre Verteilung der diffundierenden Komponente ausbildet (stoffliche oder Konzentrations-Einlauf-länge), be-

trächtlich größer als der Bereich des Rohres, der für die Ausbildung der Poisseuille'schen Strömung benötigt wird (hydrodynamische Einlauf-länge). Dieses Verhältnis wird durch die dimensionslose Schmidt-Kennzahl beschrieben, die in Flüssigkeiten von der Größenordnung

$$Sc \approx 10^3$$

ist. Für die Konzentrations-Einlauf-länge gilt - wiederum nach Stephan /46/ - demnach mit der Gl. 5.7

$$\frac{l_c}{2R} = 1,36 Re_p \cdot Sc; \quad \frac{l_c}{l_u} = 23,7 \cdot Sc \quad (5.8)$$

Demzufolge kann man das gesamte Rohr in drei Bereiche unterteilen:

- Für $l < l_u$

ist also weder der hydrodynamische noch der Konzentrations-Einlauf abgeschlossen. Dann ähnelt die Diffusion der gelösten Komponente dem entsprechenden Vorgang an der längs angeströmten Platte.

- Für $l_u < l < l_c$

ist das laminare Geschwindigkeitsprofil ausgebildet, der Konzentrationseinlauf aber noch nicht abgeschlossen. Die Dicke der Diffusionsgrenzschicht ist klein im Verhältnis zum Rohrradius.

- Für $l > l_c$

sind sowohl das Geschwindigkeitsprofil als auch das Konzentrationsprofil voll ausgebildet.

In der Praxis spielt beim Stofftransport in Flüssigkeiten wegen der hohen Schmidtzahlen der zweite Bereich die wesentliche Rolle.

Der Transport einer Übergangskomponente quer zur Hauptströmungsrichtung zur Wand wird häufig mit Hilfe eines dimensionslosen Stoffübergangskoeffizienten, der Sherwood-Kennzahl, beschrieben. Diese ist gleich dem dimensionslosen Dichtegradienten an der Phasengrenze und ist wie folgt definiert:

$$Sh = \frac{B \cdot x^*}{D} \quad \begin{array}{l} B : \text{Stoffübergangskoeffizient}^*) \\ x^* : \text{charakteristische Länge} \end{array} \quad (5.9)$$

für die Rohrströmung: $x^* = 2R$

*) Der Stoffübergangskoeffizient B ist in der Literatur nicht durchgängig einheitlich definiert hinsichtlich des implizierten Stofftransportmechanismus'. Diese Problematik betrifft den Stofftransportbeitrag der Partikeln in der laminaren Suspensionsströmung. Die hier benutzte Definition von B bezieht zunächst einmal einen eventuellen konvektiven Transportbeitrag der Feststoffteilchen quer zur Hauptströmungsrichtung mit ein; siehe dazu auch Anhang A 3.

Mit der Stoffstromdichte j gilt die Proportionalität:

$$Sh \sim \frac{j \cdot x^*}{D \cdot c} \quad ; \quad j \sim B \cdot c \quad (5.10)$$

Sind weder der hydrodynamische noch der Konzentrationseinlauf abgeschlossen, so gilt nach Stephan (nach /53/) in Analogie zum Wärmeübergang die folgende Näherungslösung:

$$Sh = 3,66 + \frac{0,0677 (Re_R \cdot Sc \cdot 2R/l)^{1,33}}{1+0,1 Sc(Re_R \cdot 2R/l)^{0,83}} \quad (5.11)$$

Für große Werte des Produktes $(Re \cdot Sc \cdot 2R/l)$, dessen reziproker Wert auch als Einlaufkennzahl z

$$z = \frac{1}{Re_R \cdot Sc \cdot 2R/l} \quad (5.12)$$

bezeichnet wird, und für $1 \lesssim 10$ nähern sich die durch die Gleichung bestimmbar Sherwoodzahlen denen der längs angeströmten Platte /53/:

$$Sh_x = 0,332 Re_x^{1/2} Sc^{1/3} \quad ; \quad x : \text{axiale Koordinate parallel zur Wand in Strömungsrichtung} \quad (5.13)$$

Für den Fall, daß der hydrodynamische Einlauf abgeschlossen, das Konzentrationsprofil aber noch nicht ausgebildet ist, gilt nach Lévêque /54/ für kleine Werte der Einlaufkennzahl z in Analogie zum Wärmeübergang (Graetz-Nusselt-Problem) die Beziehung:

$$Sh = 1,615 (Re_R \cdot Sc \cdot 2R/l)^{1/3} \quad (5.14)$$

Levich /28/ erhielt für den Stoffstrom in Richtung der Rohrwand mit Hilfe des Modells der Diffusionsgrenzschicht:

$$j = 0,67 c_0 \cdot D \left(\frac{u_0}{D R x} \right)^{1/3} \quad (5.15)$$

Nach einer Umrechnung ergibt sich:

$$Sh = 1,064 (Re_R \cdot Sc \cdot 2R/l)^{1/3} \quad (5.16)$$

Die nach dieser Gleichung berechneten Sherwoodzahlen sind infolge der niedrigeren Konstante (1,064 statt 1,615) um ungefähr 30 % niedriger als diejenigen nach Gl. 5.14.

Beiden Ansätzen liegt eine über die Rohrlänge konstante Wandkonzentration zugrunde:

Lévêque-Gl. (5.14): $c = \text{const}$ für alle x und $r = R$

Levich-Gl. (5.16): $c = 0$ für $x > 0$ und $r = R$

Während Levich von einer an der Rohrwand ablaufenden (heterogenen) Reaktion ausgeht, wobei der Stofftransport an die Wand der geschwindigkeitsbestimmende Schritt ist, übernimmt Lévêque die Randbedingungen des entsprechenden W  rme  bergangsproblems.

Für den Bereich des Rohres, in dem sowohl der hydrodynamische als auch der Konzentrationseinlauf abgeschlossen sind, gilt nach Hausen /55/:

$$Sh = 3,65 + \frac{0,1 (Re_p \cdot Sc \cdot 2R/l)^{0,8}}{1 + 0,117 (Re_p \cdot Sc \cdot 2R/l)^{0,467}} \quad (5.17)$$

Für kleine Werte der Einlaufkennzahl z nähert sich die Beziehung der Lévêque-Gleichung; für $z \rightarrow \infty$ wird die Sherwoodzahl konstant:

$$Sh_{\infty} = 3,66$$

Hat sie 99 % dieses Endwertes erreicht, so gilt der Konzentrationseinlauf als abgeschlossen.

5.1.1 Einordnung der eigenen Meßwerte zum Stoffübergang in der feststofffreien laminaren Rohrströmung

Der Transport der   bergangskomponente in der Flüssigkeitsströmung in Richtung der Rohrwand wird nach Gl. 5.9 durch den Stoffübergangskoeffizienten β beschrieben. Es gilt mit dem Partialdruck p als Konzentrationsmaß der   bergangskomponente:

*Für den Partialdruck der   bergangskomponente im Lösungsmittel gilt:

$$p_f = \frac{c_f}{C_S} \quad \text{bei Gültigkeit des Henry-Gesetzes,}$$

mit c_f : Molkonzentration der   bergangskomponente in der Flüssigkeit
 C_S : Löslichkeitskoeffizient [Mol/l Pa] .

Zur Beschreibung eines Stoffaustauschvorgangs zwischen verschiedenen Phasen (hier: flüssige Phase/Membran-Phase/Gasphase) ist die Molkonzentration der   bergangskomponente keine geeignete Größe. Während letztere nur ein Maß für die in einer Phase pro Volumeneinheit befindliche Teilchenanzahl darstellt, ist die Differenz der chemischen Potentiale die eigentliche Triebkraft für den Phasenübergang der   bergangskomponente. Das chemische Potential μ ist allerdings keine durch direkte Messungen zu bestimmende Größe. Bei Gültigkeit des Henry-Gesetzes läßt sich stattdessen der Partialdruck als Konzentrationsmaß verwenden, der über der Löslichkeits- oder Henry-Koeffizienten C_S mit der Molkonzentration verknüpft ist. Die Größe C_S beschreibt, wie groß die Molkonzentration der gelösten Komponente bei gegebenem Partialdruck über der Lösung ist. Weisen die vom Stoffaustausch betroffenen Phasen unterschiedliche Löslichkeiten auf, so müssen diese mitberücksichtigt werden. Im folgenden wird die "Molkonzentration" nur dann benutzt, wenn der Transport der   bergangskomponente allein in einer Phase, also z.B. in der flüssigen, betrachtet wird.

$$B = \frac{1}{4} \bar{u} \frac{2R}{1} \frac{p_{f0} - \bar{p}_f}{\Delta p_f}, \text{ nach Brauer /53/.} \quad (5.18)$$

p_{f0} ist der Anfangspartialdruck in der flüssigen Phase, $\bar{p}_f$ ist der radiale Mittelwert des Endpartialdrucks. Δp_f ist eine geeignet zu wählende Partialdruckdifferenz, z. B. für die halbdurchlässige Grenzfläche:

$$\Delta p_f, \ln = \frac{(p_{f0} - p_{fw}) - (\bar{p}_f - p_{fw})}{\ln \left[\frac{p_{f0} - p_{fw}}{\bar{p}_f - p_{fw}} \right]} \quad (5.19)$$

p_{fw} ist der Wandpartialdruck in der flüssigen Phase.
Setzt man Gl. 5.19 in Gl. 5.9 ein, so ergibt sich mit

$$Re_R = \frac{\bar{u} \cdot 2R}{\nu} \quad \text{und} \quad Sc = \frac{\nu}{D} :$$

$$Sh = \frac{1}{4} Re_R \cdot Sc \cdot 2R/l \cdot \ln \left[\frac{p_{f0} - p_{fw}}{\bar{p}_f - p_{fw}} \right] \quad (5.20)$$

Mit

$$\bar{\xi} = \frac{\bar{p}_f - p_{fw}}{p_{f0} - p_{fw}} = \frac{\bar{c}_f - c_{fw}}{c_{f0} - c_{fw}} \quad (5.21)$$

folgt:

$$Sh_{1n} = \frac{1}{4} Re_R \cdot Sc \cdot 2R/l \cdot \ln (1/\bar{\xi}) \quad (5.22)$$

Die Werte des Wandpartialdrucks p_{fw} oder der Wandkonzentration c_{fw} sind auf direktem Wege nicht zu bestimmen; es läßt sich jedoch aus der Permeationsgleichung mit dem Permeationskoeffizienten ein Effektivwert der Wandkonzentration für die jeweilige Rohrlänge berechnen, wenn die Konzentrationen der Übergangskomponente in der Trägergasphase und am Rohreingang bekannt sind.

5.1.2 Einige Bemerkungen zum Verhalten des Wand-Partialdrucks p_{fw} der Übergangskomponente in der flüssigen Phase

Lösungen der Differentialgleichungen wie diejenigen von Lévêque (5.14) oder von Levich (5.15, 5.16) sind abhängig von den gewählten Anfangs- und Randbedingungen, die mehr oder weniger rigide Vereinfachungen des realen Stoffübergangsproblems darstellen. Sie beschreiben nur dann ein reales Problem befriedigend, wenn diese Bedingungen gleich oder zumindest vergleichbar sind. Das gleiche Problem stellt sich bei der Berech-

nung von Stoffübergangskoeffizienten oder Sherwood-Kennzahlen aus experimentellen Ergebnissen, da eine über die Rohrlänge gemittelte charakteristische Konzentrations- oder Partialdruckdifferenz gefunden werden muß (siehe auch Gl. 5.19). Während der Anfangspartialdruck und auch der radiale Mittelwert des Endpartialdrucks durch Messungen im allgemeinen ohne Schwierigkeiten zugänglich sind, stellt es sich häufig schwierig dar, einen zutreffenden Ausdruck für den Partialdruck der Übergangskomponente an der Wand zu finden. Die Wirkung des unterschiedlichen axialen Verhaltens des Wandpartialdrucks soll im folgenden unter Berücksichtigung des Transportverhaltens der Membranwand erläutert werden. Es sei noch auf eine Einschränkung hingewiesen: Diskutiert werden nur solche Fälle, in denen der Stoffstrom durch die Wand in die Aufnehmerphase als Folge eines sehr großen Transportwiderstandes vernachlässigbar klein ist.

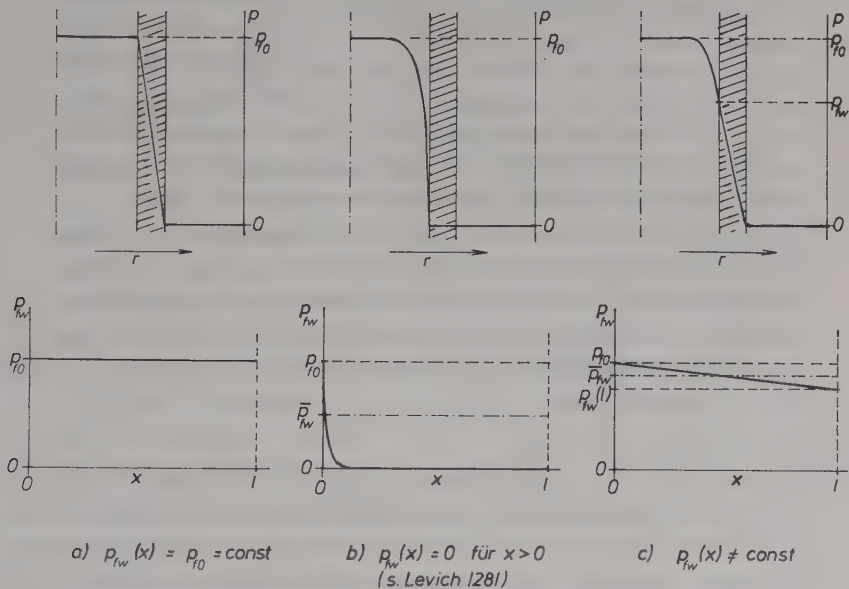


Bild 5-1 Zum Verhalten des Wandpartialdrucks p_w in Abhängigkeit der Rohrlänge

Bild 5-1 illustriert die radialen (obere Bildreihe) und axialen (untere Bildreihe) Konzentrations- bzw. Partialdruckverhältnisse für zwei Grenzfälle (a,b) und einen Fall c), der dem realen Problem der Gas-permeation nahekommt. In der oberen Bildreihe ist jeweils ein radiales Partialdruckprofil bei einer beliebigen Rohrlänge $x \neq 0$ dargestellt. Es soll demonstriert werden, welchen Einfluß der Ort des Hauptwiderstandes gegen den Stofftransport auf den radialen Partialdruckverlauf hat. Der Widerstand für den Transport der Übergangskomponente in die

Gasphase sei - wie beim Beispiel der Gaspermeation - vernachlässigbar klein; der Abtransport der Übergangskomponente durch die Aufnehmerphase erfolge so schnell, daß der Partialdruck an der betreffenden Phasengrenzfläche praktisch gleich Null ist (s. auch Obermayer /45/).

Aus dem Widerstandsverhalten der Membran einerseits und der fluiden Phase andererseits ergeben sich die axialen Profile des Wandpartialdrucks der Übergangskomponente der unteren Bildreihe, deren Kenntnis für die Bestimmung der Randbedingungen bei der Lösung der Differentialgleichungen bzw. die korrekte Mittelwertbildung bei der Berechnung des Stoffübergangskoeffizienten oder der Sherwoodzahl wesentlich ist.

a) $p_{fw}(x) = p_{f0} = \text{const}$

Der Transport der Übergangskomponente durch die Wand ist der geschwindigkeitsbestimmende Teilschritt. Die Geschwindigkeit des Antransportes der Übergangskomponente ist vergleichsweise groß, so daß ihre Konzentration in der flüssigen Phase nicht nur in radialer, sondern bei vernachlässigbar kleinen Stoffströmen durch die Wand auch in axialer Richtung (unterer Bildteil) konstant bleibt. Der Diffusionskoeffizient der Übergangskomponente in der Wand muß bedeutend kleiner sein als ihr Diffusionskoeffizient in der flüssigen Phase. Für die Beschreibung des Gesamttransportes genügt es, die Eigenschaften des Membranmaterials zu kennen. Die Stofftransportrate ist unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit. Vergleichbare Bedingungen sind in Gasströmungen realisiert, in denen die Übergangskomponente einen großen molekularen Diffusionskoeffizienten aufweist.

b) $p_{fw}(x) = 0$ für alle $x > 0$

Der Antransport der Übergangskomponente in der strömenden Flüssigkeit ist der geschwindigkeitsbestimmende Teilschritt; die Diffusionsgeschwindigkeit in der Wand ist relativ groß, der Wandpartialdruck p_{fw} nimmt unmittelbar am Rohreingang sehr stark ab und erreicht nach einer sehr kleinen Länge x den Wert des Partialdrucks in der Trägergasphase. Eine analoge Situation trifft man etwa im Fall der chemischen Reaktion an der Rohrwand an, wenn die Reaktionsgeschwindigkeit groß ist. Analog verhält sich auch der Wärmeübergang in gut leitenden Rohrmaterialien. Dieser Fall entspricht den von Levich /28/ für den Stoffübergang in der laminaren Rohrströmung angesetzten Randbedingungen.

Zwar läßt sich aus dem Anfangs-(Wand-)Partialdruck p_{f0} und dem End-Wandpartialdruck $p_{fWE} = 0$ ein (arithmetischer) Mittelwert p_{fw} berechnen, wie er auch in Bild 5-1b) eingezeichnet ist,

dieser kann aber die tatsächliche Triebkraft des Stofftransportes über die gesamte Rohrlänge l nicht korrekt beschreiben. Der Wert $\bar{p}_{fW}$ gilt näherungsweise nur für einen Bereich in unmittelbarer Nachbarschaft zum Rohreingang mit $x \rightarrow 0$ und $x \ll l$, in dem $p_{fW}(x) \neq 0$ ist. Folglich ist der "effektive", d.h. der wirksame Mittelwert des Partialdrucks p_{fW} kleiner als das arithmetische Mittel $\bar{p}_{fW}$; dies umso deutlicher, je größer die "Durchlässigkeit" oder die Permeabilität der Wand im Vergleich zu den entsprechenden Eigenschaften der Flüssigkeit ist. Wenn der Mittelwert des Wandpartialdrucks, $\bar{p}_{fW}$, gemessen an den realen Verhältnissen zu groß angesetzt wird, ergibt sich die Triebkraft des Transportes in der Flüssigkeit, ebenfalls in Bezug zur Realität, als zu klein. Auf diese Weise berechnete Sherwoodzahlen fallen zu groß aus. Entsprechend erhält man mit Hilfe der Levich-Gleichung (5.16) kleinere Werte der Sherwoodzahlen bei ansonsten gleichen Strömungsbedingungen.

c) $p_{fW}(x) \neq \text{const}$

Dieser Fall kommt von den beschriebenen Grenzfällen den bei der Permeation der Übergangskomponente CO_2 gegebenen Verhältnissen am nächsten. Der Membranwiderstand ist groß, jedoch nicht so groß wie im Fall a). Der Wandpartialdruck p_{fW} ist folgerichtig nicht konstant, nimmt aber andererseits nicht unmittelbar am Rohreingang so steil ab wie im Fall b). In diesem Fall wäre ein Ansatz über einen Mittelwert des Wandpartialdrucks in der flüssigen Phase eher zu begründen als im Fall b), da sich die axiale Abhängigkeit von p_{fW} mit wachsendem Membranwiderstand einem linearen Verhalten nähert. Eine solche Situation wird durch den Ansatz von Lévêque (Gl. 5.14) widerspiegelt.

Die Mittelwertbildung ist allerdings nur unter einer weiteren Vereinfachung möglich, da der Wandpartialdruck am Rohrende ebenfalls nicht bekannt ist und berechnet werden müßte. Eine solche Mittelwertbildung ist zudem nicht notwendig, da mit dem bekannten Stoffwert des Permeationskoeffizienten C_p eine Größe zur Berechnung des wirksamen Wandpartialdrucks p_{fW}^* der Übergangskomponente in der flüssigen Phase zur Verfügung steht.

5.1.3 Zur Berechnung eines Effektivwertes des Wandpartialdrucks p_{fW}^* in der strömenden flüssigen Phase

Der Wandpartialdruck p_{fW} als eine Triebkraftgröße für den Stofftransport

- in der strömenden flüssigen Phase im Innern des Membranschlauches bis zur Membranwand
 - durch die permeable Membranwand in die strömende Trägerphase
- läßt sich mit den experimentell bestimmbaren Größen

$\dot{V}_{fg}$ Stoffstrom der Übergangskomponente aus der flüssigen Phase in das Trägergas

C_p Permeationskoeffizient des Membranmaterials

l, R, d_w Länge, Innenradius und Wandstärke des Membranmaterials sowie der Permeationsgleichung für die Geometrie des Rohres (nach Barrer /34/) berechnen. Für die den Transport durch die Membran bestimmende Konzentrationsdifferenz zwischen der flüssigen Phase im Schlauchinnern und der Trägergasphase gilt:

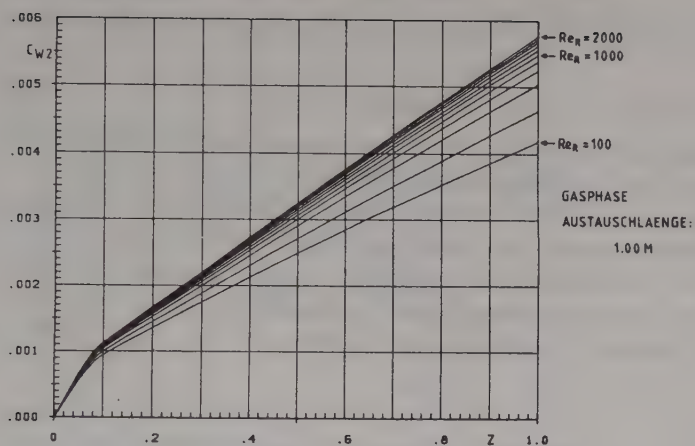
$$\Delta p_{fg} = \frac{1}{C_p} \frac{\dot{V}_{fg}}{2\pi l} \ln \left[\frac{R + d_w}{R} \right] = \Delta p_{fg}^* \quad (5.23)$$

Da sowohl die flüssige Phase im Schlauchinnern wie auch die Trägergasphase nicht in Ruhe sind, sondern sich mit bekannten Volumenströmen $\dot{V}_f$ und $\dot{V}_g$ im Gleichstrom bewegen, ist die Partialdruckdifferenz Δp_{fg} von der Rohrlänge abhängig und nimmt mit wachsenden Werten von l ab. In strömenden Systemen läßt sich demzufolge mit der Permeationsgleichung Gl. 5.23 die effektive, d.h. die (bezogen auf die gesamte Membranfläche) wirksame Partialdruckdifferenz Δp_{fg}^* berechnen. Dieser Effektivwert für $\Delta p_{fg}(l)$ ist also nicht das Ergebnis einer Mittelwertbildung wie das bekannte arithmetische oder logarithmische Mittel, sondern ist auf die Definition des Stoffwertes des Permeationskoeffizienten selbst zurückzuführen.

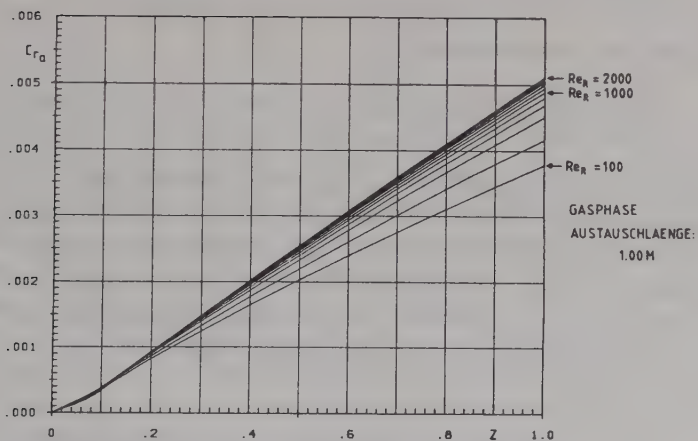
Mit der effektiven Partialdruckdifferenz Δp_{fg}^* erhält man den effektiven Partialdruck der Übergangskomponente an der Innenseite der Membranwand:

$$p_{fw}^* = \Delta p_{fg}^* + p_{gw}^* \quad (5.24)$$

Im Gegensatz zur Herangehensweise bei der Bestimmung flüssigkeitsseitiger Konzentrations- oder Partialdruckwerte ist es legitim, den wirksamen Wandpartialdruck auf der Trägergasseite mittels eines arithmetischen Mittelwertes zu berechnen. Da der Diffusionskoeffizient der Übergangskomponente im Trägergas um Größenordnungen höher liegt als in dem flüssigen Lösungsmittel Wasser, kann der Partialdruck im Trägergas in radialer Richtung als konstant und in axialer Richtung als linear von der Länge abhängig angesetzt werden; also ist



a) Trägergasphase,
Membran-Außenwand



b) Trägergasphase,
undurchlässige Außenwand

Bild 5-2 Zum Verhalten der Wandkonzentrationen (c_{w2}) der Übergangskomponente in der Trägergasphase in Abhängigkeit der Rohrlänge z ; nach Obermayer [45]

$$p_g(r) = \text{const} \quad \text{und damit} \quad p_{gw}(1) = p_g(1)$$

und

$$p_{gw}^* = 1/2 p_g \quad p_g : \text{ Partialdruck am Rohrende.}$$

Dieser Ansatz wird durch die Ergebnisse der numerischen Behandlung des Transportproblems von Obermayer /45/ gestützt. Die sich nach /45/ ergebenden tränergasseitigen Konzentrationsverteilungen sind in Bild 5-2 für wachsende Rohrlängen und verschiedene Reynoldszahlen dargestellt. Ferner führt die numerische Behandlung des Transportproblems zu dem Ergebnis, daß der Partialdruck in der Trägergasphase vernachlässigbar klein ist und man deshalb auch schreiben kann:

$$p_{gw}^* \approx 0.$$

Mit den Gleichungen 5.23 und 5.24 ergibt sich der effektive Wandpartialdruck in der flüssigen Phase im Innern des Membranschlauches zu

$$p_{fw}^* = \frac{\dot{V}_g}{C_p \cdot 2\pi l} \ln \left[\frac{R + d_w}{R} \right] + 1/2 p_g. \quad (5.25)$$

Mit

$$\dot{V}_{fg} = \dot{V}_g \cdot p_g/P \quad (P: \text{Gesamtdruck in der Gasphase})$$

erhält man für die Triebkraftgröße p_{fw}^* :

$$p_{fw}^* = p_g \left[\frac{\dot{V}_g}{C_p \cdot P \cdot 2\pi l} \ln \left(\frac{R + d_w}{R} \right) + 1/2 \right] \quad (5.26)$$

Mit dem effektiven Wandpartialdruck p_{fw}^* der Übergangskomponente in der flüssigen Phase läßt sich die mittlere logarithmische Partialdruck- (oder Konzentrations-)differenz in der flüssigen Phase berechnen; entsprechend ergeben sich auch der Stoffübergangskoeffizient und die dimensionslose Sherwoodzahl, die ein Maß für die Stoffstromdichte der Übergangskomponente in der strömenden Flüssigkeit bzw. in der Suspension darstellt.

Die sich nach Gl. 5.20 ergebenden Sherwoodzahlen sind - im Vergleich zu den Ergebnissen theoretischer Lösungen der Differentialgleichungen - in Bild 5-3 dargestellt. Aufgetragen ist die Abhängigkeit der Sherwoodzahl von der Einlaufkennzahl z im doppelt-logarithmischen Maßstab. Die Kurven stellen die Ergebnisse der Levich-Gleichung (5.16), der Lévêque-Gleichung (5.14) sowie die eigenen Meßwerte (5.27) dar. Dabei stehen die Meßpunkte O, K und M für verschiedene Meßstreckenlängen und Salzkonzentrationen.

Wie nach den obigen Ausführungen nicht anders zu erwarten war, sind die Abweichungen der eigenen Meßwerte von den Ergebnissen der Levich-

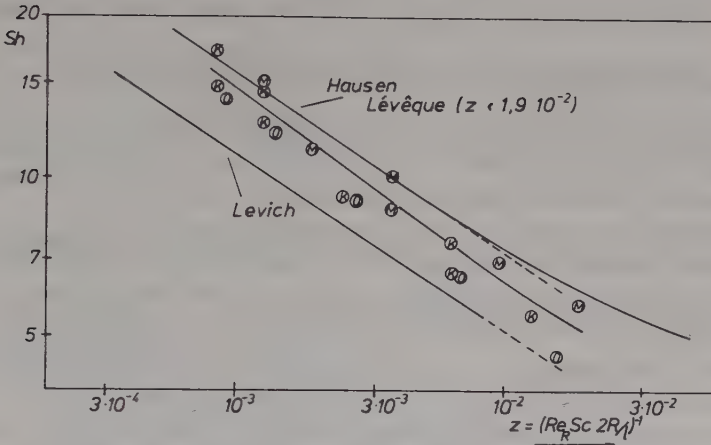


Bild 5-3 Stoffübergang in feststofffreier laminarer Rohrströmung: Vergleich eigener Meßwerte mit Literaturergebnissen anhand der Funktion $Sh(z)$.

⊗: $\varphi = 1,000 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}, l = 10^3 \text{ mm}$; ⊙: $\varphi = 1,050 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}, l = 10^3 \text{ mm}$
 ⊖: $\varphi = 1,050 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}, l = 1,5 \cdot 10^3 \text{ mm}$

Gleichung 5.15 vergleichsweise groß. Die Ursache liegt in den unterschiedlichen Ansätzen für das Verhalten der flüssigkeitsseitigen Wandkonzentration. Levich beschreibt die Konzentrationsverteilung im durchströmten Rohr bei einer an der Phasengrenzfläche ablaufenden schnellen chemischen Reaktion. Die Übereinstimmung der unter den Bedingungen der Gaspermeation gewonnenen eigenen Meßwerte mit den Ergebnissen von Lévêque (Gl. 5.14) bzw. Hausen (Gl. 5.17), die von einer konstanten Wandkonzentration ausgehen, ist deutlich besser: Die eigenen Ergebnisse liegen nur um etwa 10 % niedriger. Ähnliches wurde auch von anderen Autoren berichtet /5/. Die Regressionsanalyse ergibt als Ausgleichsgerade für die Meßwerte:

$$Sh (c_s = 0) = 1,47 (Re_R \cdot Sc \cdot 2R/l)^{1/3} \quad (5.27)$$

Die Lage der Meßpunkte zwischen den beiden theoretischen Kurven weist darauf hin, daß das reale Stoffübergangsproblem zwischen den von Lévêque einerseits und Levich andererseits untersuchten Grenzfällen einzuordnen ist. Nach Brauer /53/ bewegen sich allerdings Abweichungen

von der theoretischen Lévêque-Gleichung von bis zu 15% bei realen Stoff  bergangsproblemen durchaus im Rahmen des üblichen.

5.2 Stofftransport in der laminaren Suspensions-Rohrströmung

Die Erhöhung des Stoffübergangs in der laminaren Suspensions-Rohrströmung ist ein bekannter Effekt, der selbst bei inerten, nicht-sedimentierenden kugelförmigen Feststoffpartikeln auftritt. Für inerte Partikeln läßt sich dieser nur auf die Eigenbewegungen der Teilchen zurückführen, die den Stofftransport zur Rohrwand, quer zur Hauptströmungsrichtung, positiv beeinflussen. Ergebnisse der Untersuchung der Eigenbewegungen der von der laminaren Rohrströmung transportierten Feststoffteilchen wurden in Kap. 4 zusammengestellt. Aus diesen Eigenbewegungen resultieren - wenn auch nur in einem sehr kleinen Gebiet der Rohrströmung - veränderte Strömungs- und somit Stofftransportbedingungen. Ebenso wie die Aufenthaltsverteilung der Partikeln im Rohr sollte demzufolge auch der Stofftransport in der Suspensionsströmung von den in Kap. 4 beschriebenen Parametern wie

- dem Teilchendurchmesser
- der Feststoffvolumenkonzentration
- der Partikelanzahl
- der Dichtedifferenz zwischen Fluid und Feststoff bzw. der Partikel-Reynoldszahl
- der Strömungsrichtung (bei $\angle \varphi \neq 0$) sowie
- der Strömungsgeschwindigkeit bzw. der Rohr-Reynoldszahl

beeinfl   t werden.

Diese Parameter bestimmen die Länge des Entmischungsweges sowie den Aufenthaltsort der bereits entmischten Partikeln. Bisher wurde davon ausgegangen, daß Querbewegungen von Feststoffteilchen zu einem Quertransport von diskreten Flüssigkeitsvolumina und der darin gelösten   bergangskomponente in die entgegengesetzte Richtung führen, deshalb wurde der Stofftransportbeitrag sich entmischender Partikeln als Verdrängungstransport bezeichnet /5/. Den Beitrag radial ortsfest rotierender Feststoffteilchen nannte man dagegen den Mitnahmetransport /5/. Sedimentierende Partikeln sind die Ursache von veränderten Umströmungsbedingungen, wobei verstärkt auftretende Schlupfgeschwindigkeiten und Nachlaufgebiete in der relativ eng begrenzten Rohrströmung zusätzlich einen Einfluß auf den Stoffübergang haben sollten. Pauschal läßt

sich feststellen, daß jede auch noch so minimale Störung der Poisseuille-Strömung einen umso deutlicheren Beitrag zum Stofftransport liefert, je näher sie an der Rohrwand stattfindet, sobald sie im Bereich der beschriebenen Diffusionsgrenzschicht lokalisiert ist.

In diesem Kapitel soll der Einfluß der oben zusammengestellten Parameter, die die Aufenthaltsverteilung der Partikeln im Rohr bestimmen, auf den Stofftransport innerhalb der laminaren Rohrströmung untersucht werden.

Allgemeine Darstellung des Stoffübergangs in der Suspensionsströmung

Der Stoffübergang in der laminar strömenden Suspension ist experimentell zu bestimmen in Form der

- Abnahme der CO₂-Konzentrationsdifferenz zwischen Eingang und Ausgang des Membranschlauches (Δc_f , Δp_f)
- Erhöhung des CO₂-Partialdrucks in der Trägergasphase (p_g), der dem Wandpartialdruck p_{fw} proportional ist

mit wachsender Rohr-Reynoldszahl (bzw. Strömungsgeschwindigkeit). Aus diesen gemessenen Daten läßt sich der Stoffstrom der Übergangskomponente in die Trägergasphase, mit Gl. 5.25 der effektive Wand-Partialdruck p_{fw}^* der Übergangskomponente und damit die den Stofftransport charakterisierende Sherwood-Kennzahl berechnen, die als integrale Größe auf die gesamte Rohr-Innenfläche bezogen ist.

Die Abhängigkeit der Konzentrationsdifferenz Δc_f von Re_R ist für die bezeichnete Suspension in Bild 5-4 dargestellt. Für zwei verschiedene Meß- und Einlaufstreckenlängen werden nach Gl. 5.28 berechnete und direkt gemessene Werte miteinander verglichen:

$$\frac{\Delta c_f}{c_{f0}} = \frac{\Delta p_f}{p_{f0}} = \frac{p_{fE} - p_{f0}}{p_{f0}} = \frac{\dot{V}_g}{\dot{V}_f} \cdot \frac{p_g}{p_{f0}} \cdot \frac{1}{R^{OT}} \quad (5.28)$$

Die Übereinstimmung von Rechnung und Experiment ist befriedigend, bedenkt man, daß unter den gegebenen Bedingungen der Wert von Δc_f sehr klein ist und - vor allem bei höheren Rohr-Reynoldszahlen - kleiner als der Meßfehler der flüssigkeitsseitigen Konzentrationsbestimmung wird.

Der Partialdruck des CO₂ in der Trägergasphase, p_g , nimmt hingegen mit wachsender Strömungsgeschwindigkeit zu. Dies wird exemplarisch an-

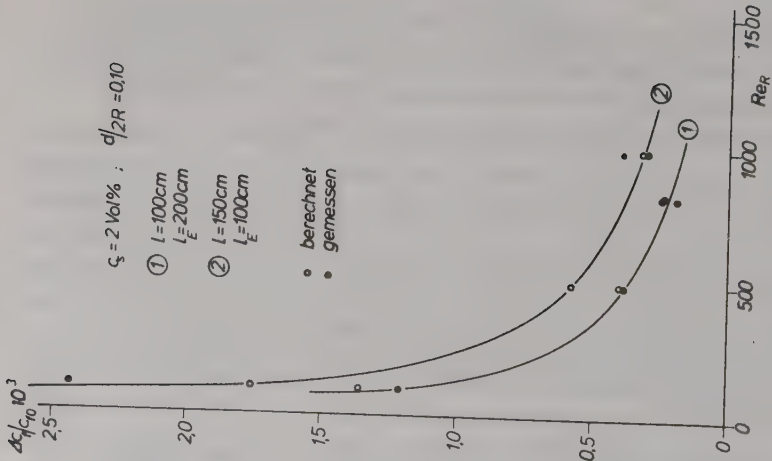


Bild 5-4 Die Abhängigkeit der Konzentrationsdifferenz $\Delta c/c_0$ von der Rohr-Reynoldszahl Re_R

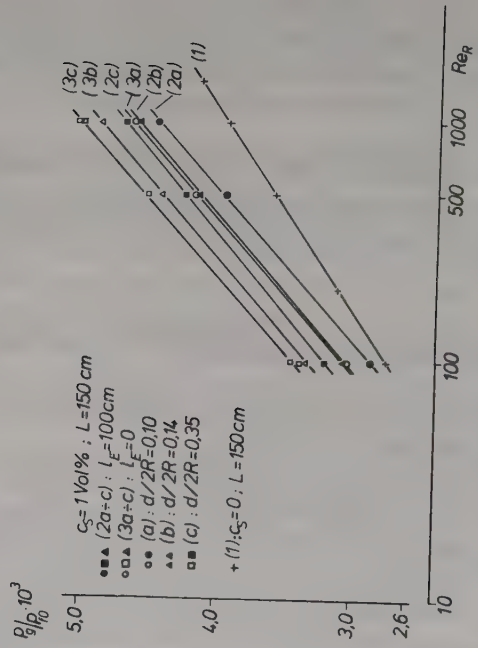


Bild 5-5 Die Abhängigkeit des CO_2 -Partiell drucks im Trägergas von der Rohr-Reynoldszahl Re_R

hand von Bild 5-5 gezeigt. Wie schon von Obermayer /5/, /45/ beschrieben, ergeben sich im untersuchten Bereich der Rohr-Reynoldszahl Re_R im halblogarithmischen Maßstab Geraden; für den CO_2 -Partialdruck in der Trägergasphase und damit für die zugehörige Konzentration an der Membraninnenwand gilt damit die Proportionalität

$$\frac{p_g}{p_{f0}} \sim \lg Re_R \sim \frac{p_{fw}^*}{p_{f0}} \sim \frac{c_{fw}^*}{c_{f0}} \quad (5.29)$$

Es wird - neben der Abhängigkeit von Re_R - auch der Einfluß verschiedener Partikeldurchmesser und Einlaufängen deutlich: Bei gleicher Feststoffvolumenkonzentration wirken die Partikeln umso stärker stoffübergangserhöhend, je größer ihr (auf den Rohrdurchmesser) bezogener Durchmesser ist. Ist der Meßstrecke eine stoffübergangsfreie Einlaufstrecke vorgeschaltet, zeigt sich der Stoffübergang deutlich verschlechtert; in diesem Fall findet der Entmischungsvorgang in der Einlaufstrecke statt, ohne daß ein Einfluß auf den Stoffübergang in der nachgeschalteten Stoffübergangsmeßstrecke ausgeübt werden könnte.

Bild 5-6 zeigt das Verhalten der nach Gl. 5.20 berechneten Sherwood-Kennzahlen in Abhängigkeit der Rohr-Reynoldszahl für Suspensionen verschiedener Feststoffkonzentrationen, für verschiedene Einlaufängen sowie für sedimentierende Partikeln im Abwärtsstrom. Zum Vergleich sind die entsprechenden Werte für die feststofffreie Rohrströmung aufgetragen.

Für die verschiedenen Suspensionen ergeben sich im doppelt-logarithmischen Maßstab im Unterschied zur feststofffreien Strömung keine Geraden mehr: für alle Suspensionen ist der Einfluß der Partikeln umso deutlicher, je höher die Strömungsgeschwindigkeit oder die Rohr-Reynoldszahl ist. Man findet die Kurven zu höheren Sherwoodzahlen verschoben, wenn die Feststoffkonzentration und die Dichtedifferenz wachsen. Wenn die Fest-/Flüssig-Entmischung innerhalb der Stoffübergangsmeßstrecke stattfindet, liefern die instationären Eigenbewegungen der Partikeln einen zusätzlichen Beitrag zum Stoffübergang.

Wie beschrieben, beeinflussen die Strömungsverhältnisse die Aufenthaltsverteilung der Partikeln über den Rohrquerschnitt: je größer die Rohr-Reynoldszahl, die Feststoffkonzentration, der Partikeldurchmesser oder die Dichtedifferenz zwischen Feststoff und Fluid (Strömung und Sedimentation gleichgerichtet) sind, in desto wandnäheren Rohrbereichen werden die Feststoffteilchen transportiert, einen entsprechend große-

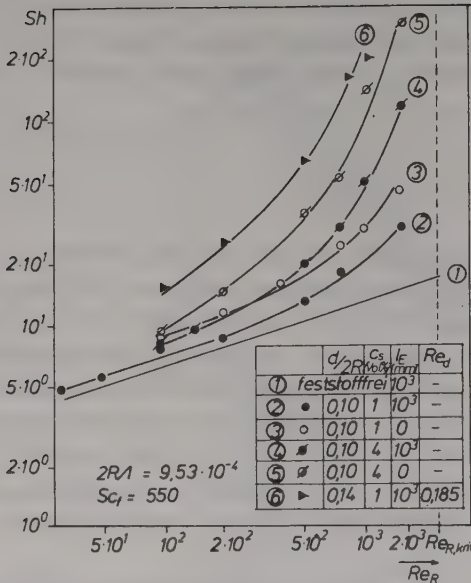


Bild 5-6 Stoffübergang in feststofffreier laminarer Rohrströmung und in Suspensionen als $Sh(Re_R)$.

ren Beitrag (bezogen auf die feststofffreie Strömung) können sie offensichtlich zum Stoffübergang liefern.

5.2.1 Der Einfluß der Feststoffvolumenkonzentration auf den Stoffübergang in der Suspensionsströmung

Im folgenden soll aufgezeigt werden, welchen Einfluß die Teilchengröße im Zusammenhang mit der Partikelanzahl im Meßvolumen bzw. der Feststoffvolumenkonzentration auf den Stoffübergang in der Suspensionsströmung hat. In allgemeinerer Formulierung:

In welchem Maße wirkt sich die "unterschiedliche Verteilung" des Feststoff-Gesamt Volumens in der Meßstrecke bei unterschiedlichen Teilchengrößen, aber gleicher Feststoffvolumenkonzentration auf die Stoffübergangserhöhung aus?

Denkbar sind zwei Möglichkeiten:

- Die Stoffübergangserhöhung fällt umso deutlicher aus, je größer der Partikeldurchmesser ist, da ein größeres Partikelvolumen eine ungleich größere Störung der angetroffenen Konzentrationsverteilung bedeutet, oder
- die kleineren Partikeln haben - bei gleicher Feststoffvolumenkonzentration - eine deutlichere Stoffübergangserhöhung zur Folge, da ihre Anzahl um das Verhältnis der Teilchendurchmesser mit dem Exponenten 3 größer ist.

Zusätzlich stellt sich die Frage, ob sich für die sich erst noch entmischende und die bereits entmischte Suspension vergleichbare oder grundsätzlich unterschiedliche Verhältnisse ergeben.

Dies wird anhand von Bild 5-7 illustriert. Aufgetragen ist die Sherwoodzahl Sh in Abhängigkeit der Feststoffvolumenkonzentration c_s für

- die bezogenen Partikeldurchmesser 0,10; 0,14 und 0,35
- die Einlaufängen 0 und 150 cm
- die Rohr-Reynoldszahlen 100, 1000 und 1500

Die Kurven wurden bis zum Nullpunkt der Abszisse verlängert (unterbrochen gezeichnet), der sich durch die Stoffübergangsrate $Sh_0(Re_R)$ in der entsprechenden feststofffreien Strömung ergibt.

Wie schon von /5/, allerdings für geringere Feststoffvolumenkonzentrationen, dargestellt, zeigt sich, daß sich der Stoffstrom der Übergangskomponente mit wachsender Feststoffkonzentration erhöht, wobei der Effekt mit wachsendem Wert von c_s abnimmt: die Kurven werden flacher. Partikeln größeren Durchmessers ergeben bei gleicher Feststoffkonzentration den besseren Stoffübergang, ungeachtet der Tatsache, daß die für den Stofftransport zur Verfügung stehende (rotierende) Kugeloberfläche und auch die Anzahl der Feststoffteilchen deutlich geringer ist. Es fällt allerdings auf, daß die Vergrößerung des Teilchendurchmessers von 0,10 auf 0,14 eine relativ größere Wirkung hat als die Vergrößerung von 0,14 auf 0,35 (was nahezu einer Verdoppelung entspricht).

Während die Anwesenheit von 1 Vol% Feststoffpartikeln bei der niedrigeren Rohr-Reynoldszahl nur zu einer Erhöhung des Wertes der Sherwoodzahl von 30 % führt, ergibt sich bei der um den Faktor 10 höheren Strö-

mungsgeschwindigkeit gegenüber dem Bezugswert der feststofffreien Strömung eine Steigerung von 100 %.

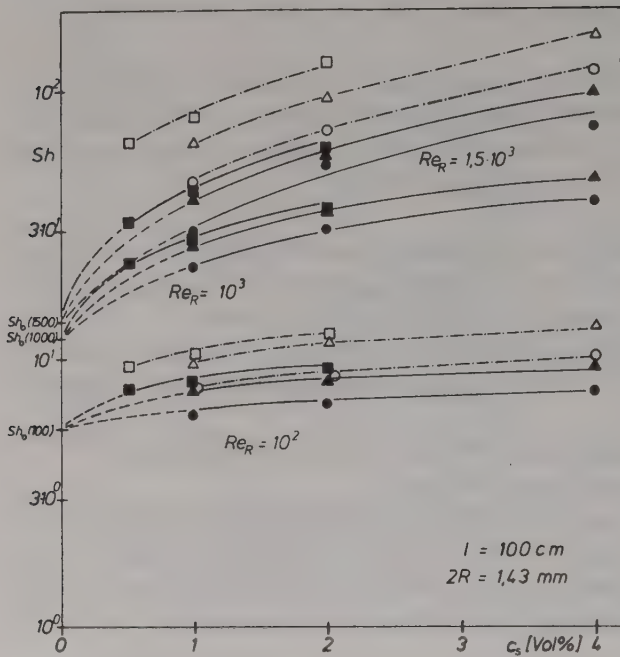


Bild 5-7 Stoffübergang in Suspensionsströmungen in Abhängigkeit der Feststoffkonzentration für verschiedene

- Rohr-Reynoldszahlen
- Partikeldurchmesser ($\bullet$: $d/2R=0,10$; Δ : $0,14$; $\blacksquare$: $0,35$)
- Einlaufstrecken (— $l_E = 150$ cm; - - - $l_E = 0$)

Diese Ergebnisse weisen darauf hin, daß die Stoffübergangserhöhung in der strömenden Suspension nicht allein durch Parameter zu beschreiben ist, die die ruhende Suspension charakterisieren (Feststoffkonzentration, Partikeldurchmesser, Dichtedifferenz), sondern daß die Strömungseigenschaften der bewegten Suspension (Feststoffverteilung, Geschwindigkeiten, Konzentration der Teilchen in Wandnähe) nicht zu vernachlässigen sind.

Findet die Fest-/Flüssig-Entmischung innerhalb der Stoffübergangsmeßstrecke statt, so hat dies einen deutlich positiven Einfluß auf den Stoffübergang, wie aus der Verschiebung der entsprechenden strichpunktiert gezeichneten Kurven zu höheren Sherwoodzahlen zu ersehen ist.

Die Erhöhung des dimensionslosen Stoffübergangskoeffizienten Sh wächst aufgrund der Fest-/Flüssig-Entmischung von ca. 20 % bis auf ca. 50 %, wenn die Rohr-Reynoldszahl von 100 auf 1500 erhöht wird. Die genannte prozentuale Größe ist weitgehend unabhängig von der Teilchengröße wie auch von der Feststoffkonzentration - eine Feststellung, die bei der Diskussion des Stofftransportmechanismus', der während der Fest-/Flüssig-Entmischung zum Tragen kommt, zu berücksichtigen sein wird.

5.2.2 Der Einfluß von Dichtedifferenzen zwischen Fluid und Feststoff in der bereits entmischten Suspension

Die bisher beschriebenen Suspensions-Rohrströmungen wiesen die gleichen Werte für die Dichten von Feststoff und Flüssigkeit auf. Mit der Einführung von Dichtedifferenzen ändert sich das Strömungsverhalten der Suspension. Die in Abschnitt 4.2.3 beschriebenen Strömungsbedingungen zeigen auch Auswirkungen auf den Transport der Übergangskomponente quer zur Hauptströmungsrichtung. Es verändert sich mit steigender Dichtedifferenz zwischen Fluid und Feststoff:

- die Aufenthaltsverteilung der Partikeln,
- ihre Längsgeschwindigkeit: zum einen entspricht einer veränderten radialen Aufenthaltsposition nach Gl. 4.10 eine veränderte Längs- und auch Winkelgeschwindigkeit, zum anderen sorgt die nach oben oder unten gerichtete Sedimentation für negative oder positive Schlupfgeschwindigkeiten (je nach Strömungsrichtung);
- bei höheren Absetzgeschwindigkeiten ($Re_d > 0,1$) ist aufgrund der Schlupfgeschwindigkeiten in Längsrichtung die Partikelumströmung nicht mehr "schleichend", es entstehen Nachlaufgebiete.

Treten also Dichtedifferenzen auf, so wird - im Gegensatz zu den bisher beschriebenen Systemen ($\Delta \rho = 0$) - eine Differenzierung nach

Strömungs- und Sedimentationsrichtung wichtig. Man unterscheidet:

1. Strömungsrichtung = Sedimentationsrichtung

- a) $\rho_s > \rho_f$ und Strömung vertikal abwärts - sowie
- b) $\rho_s < \rho_f$ und Strömung vertikal aufwärts

2. Strömung und Sedimentation entgegengerichtet

- a) $\rho_s < \rho_f$ und Strömung vertikal aufwärts - sowie
- b) $\rho_s > \rho_f$ und Strömung vertikal abwärts

Im folgenden wird nur auf die Fälle 1a), 2a) und die waagrechte Rohrströmung eingegangen, da sich die Systeme 1b) und 2b) von den ersteren nicht grundsätzlich unterscheiden /56/.

Wie bereits beschrieben, ergeben sich sehr komplizierte Strömungs- und Entmischungsverhältnisse bei waagrecht strömenden sedimentierenden Suspensionen; die Stoffübergangsverhältnisse in dieser Strömung werden kurz behandelt.

Strömungsrichtung und Sedimentationsrichtung stimmen überein (vertikal abwärts)

Bild 5-8 zeigt den Einfluß der Dichtedifferenz zwischen Fluid und Feststoff für den Fall, daß Strömungs- und Sedimentationsrichtung übereinstimmen. Aufgetragen sind die Sherwoodzahlen Sh von Suspensionsströmungen gleicher Feststoffkonzentration in Abhängigkeit wachsender Dichtedifferenzen zwischen Fluid und Feststoff für zwei Teilchengrößen ($d/2R = 0,10$ und $0,14$). Hier führt die Verringerung der Fluidichte zu einer Steigerung des Stoffübergangs bei beiden aufgeführten Rohr-Reynoldszahlen; allerdings ergeben sich Unterschiede, die von der Teilchengröße abhängig sind. Während für die größeren Partikeln ($d/2R = 0,14$) schon ab einer Dichtedifferenz von $\Delta \rho > 0,01 \text{ g/cm}^3$ eine Erhöhung des Stoffübergangs gegenüber der nicht-sedimentierenden Suspension beobachtet wird, geschieht dies für die kleineren Teilchen erst bei $\Delta \rho > 0,03 \text{ g/cm}^3$. In beiden Fällen ist als Ursache für die Stoffübergangserhöhung zu vermuten, daß die dichteren Partikeln im Abwärtsstrom deutlich näher an der Rohrwand transportiert werden (Abschnitt 4.2.3, Bild 4-4). Ob zusätzliche Faktoren, wie etwa der Einfluß von Nachlaufgebieten, eine Rolle spielen, ist ohne deren experimentellen Nachweis vorläufig offen.

Der Einfluß der Partikelsinkgeschwindigkeit auf die Stoffübergangs-
raten läßt sich auch mit Hilfe der Partikel-Reynoldszahl Re_d
(Gl. 4.12 beschreiben /56/, die als charakteristische Länge den

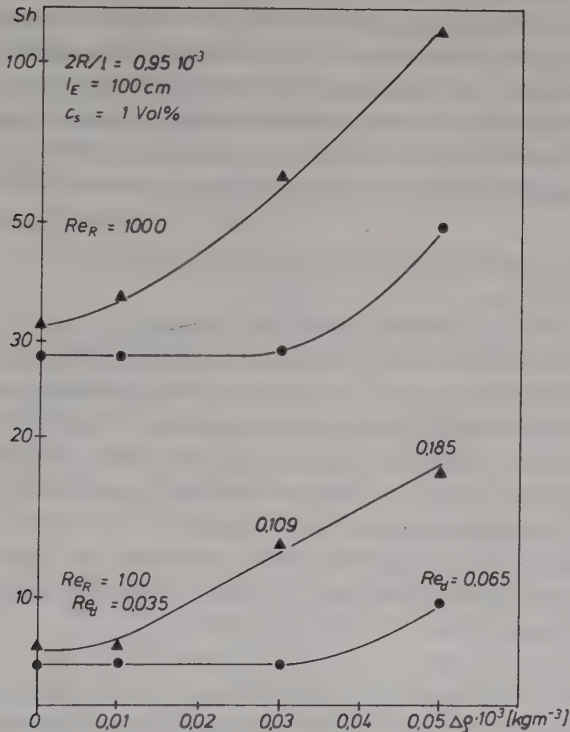


Bild 5-8. Stofftransport in sedimentierenden Suspensionen
in Abhängigkeit der Dichtedifferenz zwischen Fluid und
Feststoff (Strömungsrichtung = Sedimentationsrichtung;
vertikal abwärts). ● $d/2R = 0,10$; ▲ $d/2R = 0,14$

Partikeldurchmesser d enthält und die davon ausgeht, daß die charakte-
ristische Geschwindigkeit durch die Sinkgeschwindigkeit des Teilchens
im ∞ ausgedehnten Fluid dargestellt werden kann. Berechnet man also
die zu den dargestellten Dichtedifferenzen und Partikeldurchmessern

gehörigen Partikel-Reynoldszahlen, so findet man, daß sich erst für $Re_d \hat{=} 0,035$

für alle Strömungsgeschwindigkeiten der Einfluß der Partikel-Reynoldszahl auf den Stofftransport bemerkbar macht. Die Stoffübergangserhöhung fällt umso deutlicher aus, je höher die Strömungsgeschwindigkeit ist und je näher infolgedessen die Partikeln an der Wand transportiert werden, da der radiale Konzentrationsgradient mit zunehmender Wandannäherung wächst. Auch veränderte Umströmungsbedingungen des einzelnen Teilchens (Schlupf, Nachlaufgebiete) können umso stärker zum Tragen kommen, je näher sich die lokale Störung des Poiseuille'schen Geschwindigkeitsprofils an der Rohrwand befindet.

Entgegengesetzte Richtungen von Strömung und Sedimentation

Der Einfluß der radialen Aufenthaltsposition sedimentierender Partikeln auf der einen Seite und der Effekt von Schlupfgeschwindigkeiten oder Nachlaufgebieten andererseits sollte sich anhand von Meßergebnissen, die den Stoffübergang in Suspensionen sedimentierender, dichter Partikeln im Aufwärtsstrom zum Gegenstand haben, abschätzen lassen. In diesem Fall werden die Feststoffteilchen in näher zur Rohrmitte gelegenen Positionen transportiert, in denen die örtliche Geschwindigkeit gegenüber wandnäheren Positionen erhöht ist; gleichzeitig wirkt ein Teilchenschlupf, der die höhere Dichte der Partikeln zur Ursache hat, verzögernd.

Leider bereitete die Versuchsdurchführung große Probleme. Insbesondere bei größeren Dichtedifferenzen (die man zur Erfassung der Einflüsse auf den Stoffübergang benötigt) stellten sich unzuverlässige Ergebnisse ein, so daß von einer Dokumentation abgesehen werden muß. Die Hauptursache war eine sehr stark schwankende und quantitativ nicht zu bestimmende Feststoffkonzentration im Innern des Membranschlauches, da die Partikeln schon vor dem Eintritt in die Meßstrecke (Aufwärtsstrom) aussedimentierten und als Folge weder die Feststoffkonzentration noch die Strömungsgeschwindigkeit in der Meßstrecke konstant gehalten werden konnte.

Für kleine Partikel-Reynoldszahlen

$$Re_d < 0,035$$

wurden gegenüber dem Stoffübergang der entsprechenden nichtsedimentierenden Suspension erwartungsgemäß keine Abweichungen festgestellt.

Waagrechte Rohrströmung

In Abschnitt 4.2.5 (Bilder 4-5, 4-6) wurden die komplizierten Strömungs- und Entmischungsverhältnisse sedimentierender Suspensionen im waagrechten Rohr diskutiert. Untersucht man die Auswirkungen der Partikelbewegungen auf den Stofftransport, so stellt man fest, daß sich stofftransportförderliche und -hindernde Faktoren offensichtlich derart kompensieren, daß sich - wie Bild 5-9 zeigt - die Ergebnisse für die waagrechte Suspensionsströmung nicht entscheidend von denjenigen des entsprechenden Abwärtsstromes unterscheiden, obwohl durchaus unterschiedliche Effekte (sprich: unterschiedliche Bewegungsvorgänge der Partikel) vorliegen.

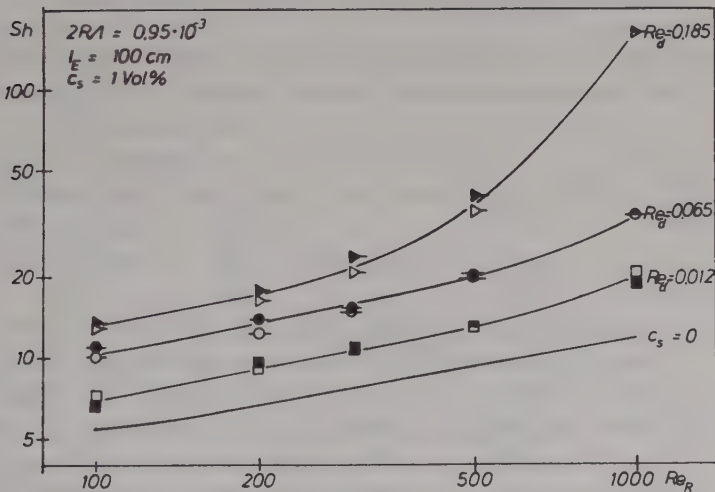


Bild 5-9 Zum Einfluß der Strömungsrichtung auf den Stoffübergang in sedimentierenden Suspensionen: waagrechte (□-○-▷) und vertikale (■-●-▶) Rohrströmung.

Je größer die Dichtedifferenz zwischen Fluid und Feststoff bzw. die nach Gl. 4.12 gebildete Partikel-Reynoldszahl wird, desto stärker wird das Strömungsverhalten der Suspension auch noch bei höheren Rohr-Reynoldszahlen von Partikeln bestimmt, die sich quer zur Hauptströmungsrichtung auf die untere Rohrwand zubewegen. Die dafür be-

nötigte Rohrlänge ist deutlich größer als die für die Wand- wie auch die Kernentmischung benötigten Strecken in der vertikalen Rohrströmung, die durch die Randbedingung

$$\frac{\partial r_s}{\partial x_1} \neq 0 \quad r_s: \text{radiale Position des Teilchens}$$

$$x_1: \text{Rohr-Längsachse}$$

für die Querbewegung der Partikeln charakterisiert ist.

Es ist zu betonen, daß die aufgetragenen Versuchsergebnisse mit vorgeschalteter stoffübergangsfreier Einlauflänge erzielt wurden, wodurch im allgemeinen sichergestellt gewesen sein dürfte, daß die Partikel-Querbewegung "auf dem Gleichgewichtsradius" stattfand. Für den Ortswechsel eines solchen Feststoffteilchens im waagrechten Rohr gilt damit

$$\frac{\partial r_s}{\partial \varphi} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial r_s}{\partial x_1} = 0 \quad \text{mit} \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \neq 0$$

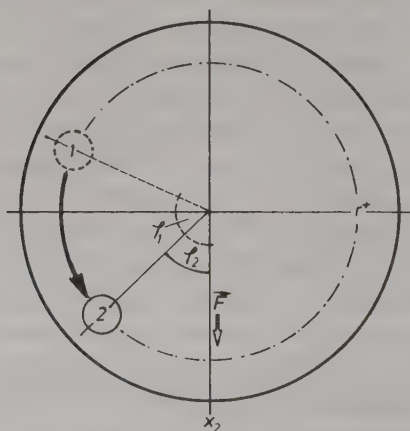


Bild 5-10 Zur Bewegung eines sedimentierenden Teilchens in der waagrechten Rohrströmung (Strömungsrichtung $\perp$ zur Zeichenebene)

Die erstgenannten Randbedingungen gelten genauso für die entmischte vertikale Rohrströmung, nicht aber für die Fest-/Flüssig-Entmischung

(s.o.). Die Eigenheiten der waagrechten Rohrströmung äußern sich allein darin, daß der Winkel φ , der den Aufenthaltsort des Teilchens im Rohrquerschnitt (bezogen auf die Richtung x_2 der Gravitationskraft F) bestimmt, nicht konstant, sondern wegen der Sedimentation längenabhängig ist, wie dies Bild 5-10 illustriert. Dies hat aber offensichtlich keinen experimentell erfaßbaren Einfluß auf den Stoffübergang im Rohr und auf den Stofftransportbeitrag eines Teilchens.

Auch dieses Ergebnis muß bei der Diskussion des aufgrund von Partikelquerbewegungen wirksamen Stofftransportmechanismus berücksichtigt werden.

5.2.3 Erweiterung des untersuchten Rohr-Reynoldszahlen-Bereiches: Der Stoffübergang bei kleinen und großen Werten von Re_R

Der zu untersuchende Wertebereich der Rohr-Reynoldszahl wurde für eine Partikelgröße (bei konstanter Feststoffvolumenkonzentration von $c_s = 1 \text{ Vol\%}$) erweitert auf:

kleine Rohr-Reynoldszahlen:

$$10 \leq Re_R \leq 100 \quad \text{bzw.} \quad 5 \cdot 10^3 \leq Re_R \cdot Sc \leq 5 \cdot 10^4$$

große Rohr-Reynoldszahlen:

$$5 \cdot 10^2 \leq Re_R \leq 5 \cdot 10^3, \quad \text{für } d/2R = 0,10.$$

Um auch bei großen Werten von Re_R auf den Einsatz einer Pumpe verzichten zu können, mußte in der Stoffübergangsstrecke ein Membranschlauch größeren Innendurchmessers ($2R = 2,45 \text{ mm}$) eingesetzt werden. Entsprechend größere Durchmesser ($d_{90} = 250 \text{ } \mu\text{m}$) wiesen die suspendierten Feststoffpartikeln auf, um den bezogenen Teilchendurchmesser $d/2R = 0,10$ konstant halten zu können. Auf eine vorgeschaltete Einlauf- bzw. Entmischungsstrecke wurde verzichtet.

Für die Messungen bei niedrigen Rohr-Reynoldszahlen wurden die Strömungsgeometrien hingegen nicht verändert; die im folgenden aufgeführten Ergebnisse beziehen sich auf die entmischte Suspensionsströmung.

Stoffübergang bei kleinen Werten der Rohr-Reynoldszahl Re_R

Die Versuchsergebnisse der genannten Suspensionsströmungen für wachsende Dichtedifferenzen ($\Delta \rho = 0; 0,01; 0,03; 0,05 \text{ g/cm}^3$) sind im

Vergleich zum Stoffübergangsverhalten der feststofffreien Strömung als Funktion Sh ($Re_R \cdot Sc$) in Bild 5-11 dargestellt. Mit abnehmenden Pecletzahlen

$$Pe_R = Re_R \cdot Sc$$

geht - bei gegebener Rohrlänge - die Stofftransportrate der feststofffreien Strömung zunehmend gegen einen konstanten Endwert, da sich das Konzentrationsprofil demjenigen des abgeschlossenen

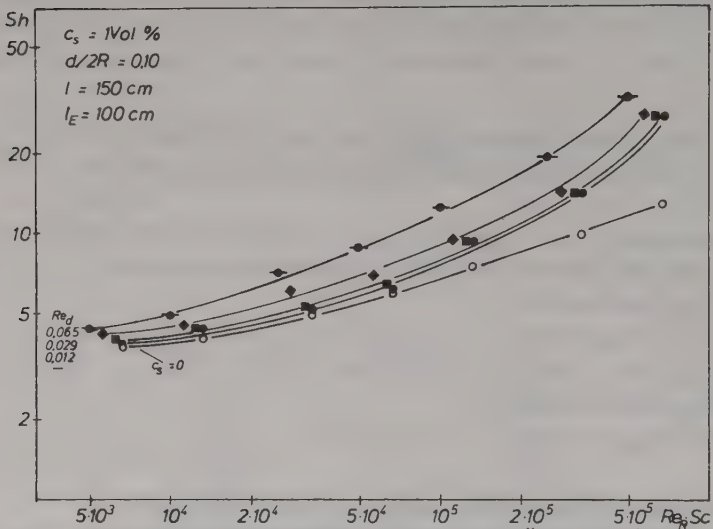


Bild 5-11 Stofftransport in der feststofffreien laminaren Rohrströmung und in entmischten Suspensionströmungen bei kleinen Rohr-Reynoldszahlen (sedimentierende Partikeln: Strömungs- = Sedimentationsrichtung)

stofflichen Einlaufes nähert. Die Suspensionsströmungen weisen ein ähnliches Stoffübergangsverhalten auf. Ab

$$Pe_R < 3 \cdot 10^4 \quad \text{mit} \quad Re_R > 50$$

läßt sich praktisch kein Stofftransportbeitrag der Partikeln mehr nachweisen; denn die feststofffreie Wandzone erreicht ihre maximale Ausdehnung und bleibt bei weiterer Verringerung der Rohr-Reynoldszahl konstant (s. Bild 4-1).

Stoffübergang bei großen Werten der Rohr-Reynoldszahl Re_R

Ermittelt wurde der Stoffübergang in einer nicht-entmischten Suspensionsströmung und - wiederum zum Vergleich - in der entsprechenden feststofffreien Strömung im Übergangsbereich laminar/turbulent. Hausen (nach /53/) formuliert für dieses Strömungsgebiet eine empirische Gleichung:

$$Sh = 0,037 Re_R^{0,75} Sc^{0,42} \left(1 - \frac{180}{Re_R^{0,75}} \right) \left[1 + \frac{(2R)^{2/3}}{1} \right]; \quad (5.30)$$

für: $0,5 \leq Sc \leq 500$.

Der Re_R -abhängige Stoffübergang in der feststofffreien Strömung ist durch einen steilen Anstieg der Stoffstromdichte im Bereich der kritischen Rohr-Reynoldszahl gekennzeichnet, wie in Bild 5-12 dargestellt ist. Die Meßpunkte stimmen relativ gut mit der empirischen Hausen-Gleichung für die turbulente Strömung trotz der hohen Werte der Schmidtzahl ($Sc \approx 600$) überein. Turbulenter Transport ist durch einen bedeutenden konvektiven Transportbeitrag der Turbulenzballen charakterisiert. Während nach Prandtl und Taylor die Turbulenz in der viskosen Unterschicht verschwindet, setzt hier nach L.D. Landau und Levich lediglich eine graduelle Dämpfung der Turbulenz ein, die dazu führt, daß zwar nicht mehr der Impulstransport, wohl aber noch der Stofftransport (wegen des allgemein kleinen Diffusionskoeffizienten) von den mittlerweile sehr kleinen Turbulenzballen beherrscht ist (nach /28/). In der vergleichsweise kleinen Diffusionsunterschicht herrscht allein der molekulare Transportmechanismus. Das Auftreten erster Turbulenzballen führt also in der feststofffreien Strömung zu einem konvektiven Stofftransportbeitrag in Richtung der Rohrwand, woraus sich der Anstieg der Stoffstromdichte im Bereich der kritischen Rohr-Reynoldszahl erklärt.

Im Übergangsgebiet laminar/turbulent ist wie im Bereich der stabilen Laminarströmung der Stoffübergang in der Suspensionsströmung gegenüber dem der feststofffreien Strömung erhöht, wie die Meßpunkte der Suspensionsströmung in Bild 5-12 zeigen. Da die Partikeln lokale, mit der Strömung jedoch wieder abschwimmende Turbulenzen induzieren können, beginnt der steile Anstieg der Funktion $Sh(Re_R)$ bereits bei kleineren Werten der Rohr-Reynoldszahl ($Re_R \approx 10^3$), und der Über-

gang gestaltet sich weniger abrupt als in der feststofffreien Strömung. Im Übergangsbereich ist der Transportbeitrag der rotierenden

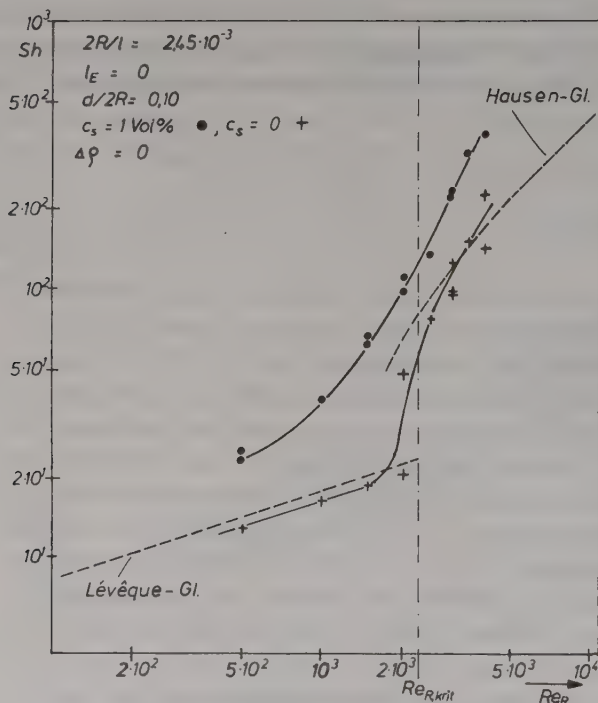


Bild 5-12 Stofftransport im Übergangsgebiet laminar/turbulent in der feststofffreien und der nicht-entmischten Suspensions-Rohrströmung (zum Vergleich: Lévêque-Gl.(5.14) und Hausen-Gl.(5.30).

Partikeln also ebenfalls noch gegenwärtig und wird nicht durch den von rudimentären Turbulenzballen in der viskosen Unterschicht geleisteten konvektiven Transportbeitrag kompensiert.

6. Diskussion des Stofftransportbeitrages einer inerten rotierenden Kugel in einem vorgegebenen Konzentrationsprofil

Der Stofftransportbeitrag eines in einem Fluid transportierten Teilchens ist grundsätzlich von seinen Eigenbewegungen gegenüber dem Fluid abhängig: Eine inerte Partikel, deren Geschwindigkeit an jeder Stelle gleich der des Fluids wäre, lieferte demnach keinen positiven Beitrag zum Stofftransport; eher würde ein inertes Teilchen mit einem für die Übergangskomponente sehr kleinen Diffusions- und Löslichkeitskoeffizienten einen transportbehindernden Faktor darstellen.

Der Stoffübergang an sedimentierenden Partikeln ($Re_d > 1$) ist in der Literatur beschrieben (zusammenfassend z.B. bei /28/, /53/). Obermayer /45/ erläutert entsprechend die Wirkung des Teilchenschlupfes auf den Stofftransportbeitrag. Ist die Partikel-Längsgeschwindigkeit gegenüber der Fluidgeschwindigkeit verändert und bewegt sich das Teilchen in einem Gebiet, in dem ein Konzentrationsgradient herrscht, so erfolgt ein verbesserter Stofftransport in die Rohrbereiche niedrigerer Konzentration: durch die Aufweitung der Stromlinien beim Passieren der Partikel werden Flüssigkeitselemente niedrigerer Konzentration in Rohrbereiche (ehemals) höherer Konzentration abgedrängt (und umgekehrt). Ein sich im Bereich der Diffusionsgrenzschicht mit einer Schlupfgeschwindigkeit $u_{s\tau}$ bewegendes Teilchen verändert demzufolge die in seinem Aufenthaltsbereich herrschenden Konzentrationsgradienten durch einen konvektiven Transportbeitrag; infolgedessen gelangt durch molekulare Diffusion eine größere Menge an Übergangskomponente in Richtung der Rohrwand, als dies im ungestörten Geschwindigkeitsprofil der Fall gewesen wäre.

Bei dieser Modellvorstellung wird vorausgesetzt, daß der Partikelschlupf die wesentliche stofftransportbeeinflussende Eigenbewegung darstellt. Für sedimentierende Partikeln ist dies zunächst erst einmal denkbar; für nicht-sedimentierende Feststoffteilchen liegen hingegen widersprüchliche Angaben über Art und Größe der auftretenden Schlupfgeschwindigkeiten vor /47/, /48/, /49/. Es stellt sich somit die Frage, ob der Einfluß der Partikel-Eigenrotation aufgrund des in der Strömung herrschenden Schergradienten, der mit wachsender Wandannäherung noch zunimmt, vernachlässigbar ist.

Die stofftransportbeeinflussende Wirkung dieser Eigenrotation - zunächst unter Vernachlässigung des Partikelschlupfes - zu erläutern, ist Sache der folgenden Abschnitte.

6.1. Die Umströmung eines rotierenden Zylinders im ebenen parabolischen Geschwindigkeitsprofil

Ein kugelförmiges Feststoffteilchen auf der Gleichgewichtsposition rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine Achse normal zur Strömungsrichtung; seine Längsgeschwindigkeit ist konstant.

Nach Jeffrey /21/ ist

- die Längsgeschwindigkeit der Partikel in erster Näherung gleich der Strömungsgeschwindigkeit der feststofffreien Strömung an der Stelle r^+/R :

$$u_s \approx u(r^+/R) = u_0 (1 - r^+/R), \quad (4.6)$$

- ihre Winkelgeschwindigkeit näherungsweise gleich dem halben Schergradienten an der Stelle r^+/R :

$$\omega_s \approx \frac{1}{2} \left| \frac{du}{dr} \right|_{r^+/R} = \frac{u_0}{R} \frac{r^+}{R}. \quad (4.7)$$

Die Schlupfgeschwindigkeiten in Längsrichtung oder bei der Rotation werden also hier vernachlässigt.

Die Betrachtung der reibungsfreien, ebenen Zirkulationsströmung um einen rotierenden Zylinder eröffnet eine Möglichkeit, sich wesentliche Einblicke in den interessierenden dreidimensionalen Strömungsvorgang anhand der zweidimensionalen modellhaften Strömung zu verschaffen und sich so den realen Verhältnissen bei der Umströmung einer rotierenden Kugel anzunähern. Dabei wird die Zirkulation nicht, wie in der Literatur üblich /57/, /31/ mit einer ebenen Translationsströmung, sondern mit der parabolischen Geschwindigkeitsverteilung einer (ebenen) Kanalströmung überlagert. Die sich ergebenden Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitskomponenten sind in Bild 6-1 dargestellt. Eine ausführlichere Behandlung des Problems findet sich im Anhang A 4 der vorliegenden Arbeit.

Längsgeschwindigkeit des Fluids u_1/u_0 in Hauptströmungsrichtung (an $r/R^+ \pm d/2R$ sind Punkte des Zylinderumfangs). Wie bei der "schleichenden" Umströmung einer nicht-rotierenden Kugel ($Re_d < 1$) hat das Fluid gegenüber der ungestörten Strömung eine umso größere Geschwindigkeit (u_1/u_0 gegenüber u/u_0), je mehr man sich dem umströmten Körper nähert. Diese Steigerung der Fluidgeschwindigkeit bleibt im wesentlichen auf die Umgebung des Körpers beschränkt.

Diejenige Komponente $\Delta u_1/u_0$, die der Längsgeschwindigkeit des Zylinders in r^+/R äquivalent ist, wird an den Stellen $r^+/R \pm d/2R$ des Zylinderumfangs zu Null. Die Differenz zwischen u_1/u_0 und $\Delta u_1/u_0$, die tangential Fluidgeschwindigkeit $\Delta u_w/u_0$, wächst zwar mit zunehmender Annäherung an den rotierenden Zylinder, bleibt aber klein, solange die Entfernung mehr als eine Partikeldimension beträgt.

Auffällig sind die von der ungestörten Geschwindigkeitsverteilung u/u_0 deutlicher unterschiedlichen Strömungsbedingungen zwischen dem rotierenden Zylinder und der ihm benachbarten Wand (deren Existenz in der reibungsfreien Betrachtungsweise keinen Einfluß auf die Geschwindigkeitsverteilung der Längsgeschwindigkeit hat). Da hier zwei unmittelbar benachbarte starre Körper relativ zueinander bewegt werden, fällt die Nichtberücksichtigung des Viskositätsgliedes der NSG umso stärker ins Gewicht; in diesem Bereich der Strömung liefert die reibungsfreie Betrachtungsweise kein befriedigendes Ergebnis *. So müßte die tangential Fluidgeschwindigkeit an der Wand zu Null werden, die Längsgeschwindigkeit muß an dieser Stelle den Wert des ungestörten Profils annehmen.

* Ein Resultat der unbefriedigenden Ergebnisse für die Fluidströmung zwischen dem starren Körper und der Rohrwand könnte sein, zwischen den beiden Festkörpern eine doppelte Grenzschicht einzuführen: ein Teil ist dem rotierenden Zylinder zuzuordnen; innerhalb des Bereiches, der der Wand benachbart ist, müssen die Geschwindigkeitswerte des ungestörten Profils bis zur Wand erreicht werden.

In der reibungsfreien Strömung müssen die Tangentialgeschwindigkeit des Zylinders an den Stellen $(r^+/R \pm d/2R)$ seines Umfangs und diejenige des Fluids nicht gleich werden, wie es die Haftbedingung für das Verhalten viskoser Fluide an den Oberflächen starrer Körper erfordert. Diskrepanzen dieser Art kann man durch die Konstruktion einer hydrodynamischen Grenzschicht kompensieren. Sinnvollerweise ist diese Grenzschicht durch jene Stellen auf der r -Achse gegeben, an denen die Tangentialgeschwindigkeiten des Zylinders und die lokalen Tangentialgeschwindigkeiten des Fluids gleiche Werte annehmen. Dies ist in

$$\frac{r_{\delta 1,2}}{R} = \frac{r^+}{R} \left[1 + \left(\frac{d/2R}{r^+/R} \right)^2 + \frac{d/2R}{r^+/R} \sqrt{3 + \left(\frac{d/2R}{r^+/R} \right)^2} \right] \quad (6.3)$$

der Fall. Damit stellt die Grenzschicht zugleich ein Gebiet geschlossener Stromlinien dar, das - anschaulich - zusammen mit dem starren Körper rotiert. Aufgrund des zur Wand hin wachsenden Geschwindigkeitsgradienten der Laminarströmung ist das Zentrum des durch die Stellen $r_{\delta 1,2}/R$ eingefassten Gebietes nicht identisch mit dem Mittelpunkt des Zylinders r^+/R , sondern um $\frac{(d/2R)^2}{r^+/R}$ in Richtung der Wand verschoben: Damit ist die Dicke der Grenzschicht zwischen dem Zylinder und der Wand größer als zwischen ihm und dem Strömungskern.

Am Mittelpunkt der Grenzschicht ist die berechenbare Tangentialgeschwindigkeit nicht gleich Null, sondern um $(d/2R)^2$ kleiner als Null. Diese Größe stimmt überraschend gut mit dem von Simha /48/ abgeleiteten Schlupf rotierender Kugeln in Scherströmungen überein, wonach gilt:

$$\frac{\Delta u_{Si}}{u_0} = \frac{2}{3} \left(\frac{d}{2R} \right)^2 \quad (\text{s. 4.8})$$

Es ist zu beachten, daß eine derartige Interpretation mittels der Ergebnisse der reibungsfreien Strömung naturbedingt mit Widersprüchen und Mängeln behaftet ist. So ist die konstruierte Grenzschicht viel zu "groß", um sich auch nur näherungsweise wie ein starrer Körper mit konstanter Winkelgeschwindigkeit zu verhalten. Auch hat, wie bereits erwähnt, der Begriff der Zirkulation aus der Theorie reibungsfreier Fluide kein Äquivalent in der Hydrodynamik viskoser Fluide, so daß die Festsetzung einer Größe für die Zirkulation mehr oder weniger willkürlich ist. Andererseits hat diese Größe einen deutlichen Einfluß auf das Verhalten der Tangentialgeschwindigkeit des Fluids und auf die

Dicke der hydrodynamischen Grenzschicht (größenordnungsmäßig entspricht ihre Ausdehnung immer einer Partikelldimension). Mit größeren Ansätzen für den Wert der Zirkulation erhält man auch größere Grenzschichtdicken /51/.

Immerhin wird so die Schlußfolgerung plausibel, daß die Störung, die durch ein kleines Teilchen mit der Dichte der Flüssigkeit verursacht wird, pauschal betrachtet, sehr klein ist; daß sie, örtlich betrachtet, relativ groß sein kann, vor allem dann, wenn man sich den Strömungsverhältnissen zwischen der Partikel und der benachbarten starren Wand zuwendet.

Die eingeführte Grenzschicht als ein Strömungsgebiet geschlossener Stromlinien in unmittelbarer Nachbarschaft des rotierenden Körpers ermöglicht - zunächst einmal unabhängig von ihren Abmessungen - eine Interpretation der experimentell gefundenen Stofftransportphänomene.

6.2. Die Oberflächengeschwindigkeiten der rotierenden Kugel und die Fluidgeschwindigkeiten in dreidimensionaler Darstellung

In der bisherigen Diskussion wurde die Partikelumströmung als ebenes Problem behandelt. Dies führte zu der Modellvorstellung einer mitrotierenden hydrodynamischen Grenzschicht, deren Dicke abhängig ist von den zwischen ihrer Oberfläche und der umströmenden Flüssigkeit auftretenden Geschwindigkeitsdifferenzen. Die derart ermittelte Schichtdicke gilt zunächst nur für die Stellen $r^+/R \pm d/2R$ auf der Radienkoordinate r des Rohrquerschnitts und dem Umfang eines rotierenden Zylinders. Die angesprochenen Geschwindigkeitsdifferenzen ändern sich in der räumlichen Betrachtungsweise jedoch über die gesamte Kugeloberfläche, dies wegen der unterschiedlichen Krümmungen der Oberfläche der Kugel einerseits sowie der zylindrischen Rohrwand und - damit verbunden - des dreidimensionalen Geschwindigkeitsprofils andererseits. Vor einer diesbezüglichen Diskussion ist ein Koordinatensystem für die Kugel festzulegen, wie in Bild 6-2 dargestellt.

Der Koordinatennullpunkt des Systems befindet sich im Zentrum der Kugel (bezogen auf das Rohr also in r^+/R), die x_2 - und die x_3 -Achse liegen in der Kreisquerschnittsfläche des Rohres, wobei die x_2 -Achse mit der Radienkoordinate des Rohres identisch ist (mit $x_2 = 0$ für $r = r^+$), die x_3 -Koordinate verläuft senkrecht zu ihr durch

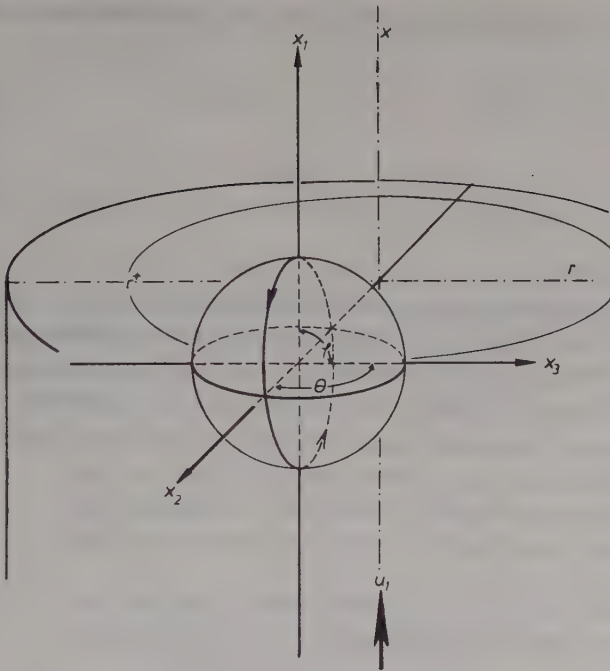


Bild 6-2 Koordinatensystem der rotierenden Kugel im Rohr.

den Kugelmittelpunkt. Die x_1 -Achse verläuft parallel zur Längsachse x des Rohres. Der Winkel zwischen x_1 und x_3 wird mit φ , derjenige zwischen x_2 und x_3 mit θ bezeichnet. Der Großkreis um die x_3 -Achse (die Rotationsachse der Kugel) ist der Äquator; die Stellen $x_3 = \pm d/2$ stellen die Pole der rotierenden Kugel dar.

Die Differenzen der zusammengehörigen Geschwindigkeitskomponenten des ungestörten Fluids einerseits und der rotierenden Kugel andererseits lassen sich - wie im Anhang A 5 ausgeführt - berechnen:

- a) für den Großkreis der Kugeloberfläche um die x_1 -Achse (parallel zur Rohr-Längsachse),
- b) für den Großkreis um die x_2 -Achse.

Aus den sich ergebenden Geschwindigkeitsdifferenzen lassen sich Rückschlüsse auf die örtliche Dicke der mitrotierenden hydrodynamischen Grenzschicht ziehen.

Man erhält für die Schnittpunkte des Großkreises um x_1 mit dem Äqua-
tor:

$$\frac{\Delta u_1}{u_0} = \mp \frac{r^+}{R} \frac{d}{2R} + \left(\frac{d}{2R}\right)^2 \quad \text{für } \theta = \pi/2, 3\pi/2 \quad (6.4)$$

und mit den Polen:

$$\frac{\Delta u_1}{u_0} = \left(\frac{d}{2R}\right)^2 \quad \text{für } \theta = 0, \pi. \quad (6.5)$$

Man erhält also im betrachteten Querschnitt unterschiedliche Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen der ungestörten strömenden Flüssigkeit und der Kugeloberfläche. Die Geschwindigkeitsdifferenz erreicht einen Maximalwert am Kugeläquator, nimmt in Richtung der Pole ab und hat ihr Minimum an den Polen. Die minimale Geschwindigkeitsdifferenz ist dem Quadrat des Partikeldurchmessers proportional. Dieser Wert resultiert aus der Krümmung des Geschwindigkeitsprofils bzw. dem in Richtung der Wand zunehmenden Geschwindigkeitsgradienten der laminaren Rohrströmung.

Entsprechend erhält man für die Tangentialgeschwindigkeiten des Fluids und für die Schnittpunkte des Großkreises um x_2 mit dem Äquator:

$$\left| \frac{\Delta u_1}{u_0} \right| = \frac{r^+}{R} \frac{d}{2R} \quad \text{über den Äquator,} \quad (6.6)$$

$$\left| \frac{\Delta u_2}{u_0} \right| = 0 \quad \text{über den Großkreis durch die Pole.} \quad (6.7)$$

Also unterscheiden sich die Geschwindigkeitsdifferenzen $\Delta u_1/u_0$ und $\Delta u_2/u_0$ zwischen der jeweiligen Komponente der Oberflächengeschwindigkeit der rotierenden Kugel und der entsprechenden Geschwindigkeitskomponente der ungestörten umströmenden Flüssigkeit sowohl an den Polen als auch am Äquator der Kugel um einen Geschwindigkeitswert, der dem Quadrat des Teilchendurchmessers, $(d/2R)^2$, proportional ist. Auffällig ist, daß dieser Geschwindigkeitswert gut mit der von Simha /48/ aus den Differentialgleichungen unter Vernachlässigung der Reibungsglieder abgeleiteten Schlupfgeschwindigkeit übereinstimmt (Gl. 4.8).

Der Vergleich der Geschwindigkeitskomponenten der Kugeloberfläche und der ungestörten laminaren Rohrströmung erlaubt eine Abschätzung der örtlichen Dicke der mitrotierenden Hüllschicht der Kugel. Diese Grenzschicht hat wegen der Geschwindigkeitsdiskrepanz $(d/2R)^2$ die Form eines Rotationsellipsoids, wie es in Bild 6-3 dargestellt ist.

Die Hauptachsen sind

$$x_1 \approx x_2 \approx \pm \left(\frac{d}{2R} + \frac{\delta}{R} \right) \quad (6.8)$$

sowie

$$x_3 \approx \pm \frac{d}{2R} \quad \text{mit } \delta / R \approx d/2R, \quad (6.9)$$

wie aus den Betrachtungen von Abschnitt 6.1 hervorgeht.

Damit hat die Grenzschicht in Richtung der Radialkoordinate des Rohres, d.h. in Richtung des Strömungskerns und in Richtung der Rohrwand, ihre größte Ausdehnung. Das ist genau die Richtung, in die ein Feststoffteilchen im Rohr seinen Stofftransportbeitrag leisten müßte, um Auswirkungen auf den pauschalen Stoffübergang in der Stoffübergangsmeßstrecke nach sich zu ziehen.

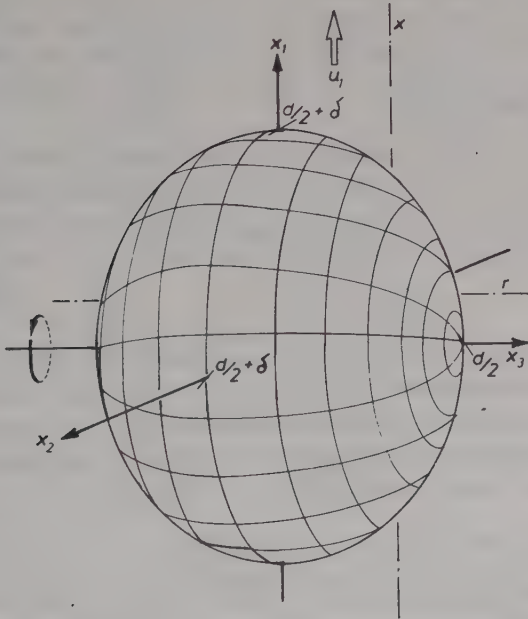


Bild 6-3 Die rotierende Kugel in ihrer hydrodynamischen Grenzschicht

Die Frage

- wie verändert sich die Partikelumströmung unter der Berücksichtigung der Haftbedingung? -

kann hier nur angesprochen, nicht aber geklärt werden. Möglich sind das Auftreten eines Teilchenschlupfes (ähnlich dem von Simha berechneten) oder aber auch Konsequenzen für die Teilchenumströmung, wie sie etwa von Batchelor /24/ beschrieben werden.

6.3. Die Rolle der mitrotierenden hydrodynamischen Grenzschicht bei der Verbesserung des Stofftransportes durch ein stationär rotierendes Teilchen

Die Konsequenzen einer mitsamt der Kugel rotierenden Hüllschicht für den Stofftransport soll Bild 6-4 plausibel machen. Die rotierende Kugel befindet sich mitsamt ihrer Hüllschicht in einem quasi-stationären Konzentrationsprofil, das durch den Bereich der Kernströmung (Konzentrationsgradient gleich Null) und Diffusionsgrenzschicht an der Wand mit radial veränderlichem Konzentrationsgradienten charakterisiert ist.

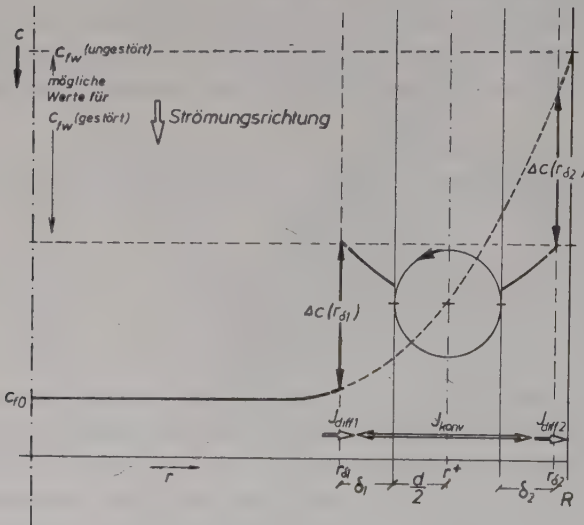


Bild 6-4 Konvektiv-diffusiver Stofftransport über die Hüllschichten rotierender Kugeln in quasi-stationären Konzentrationsprofilen in ebener Darstellung.
(J_{diff} : Diffusionsstrom; J_{konv} : konvektiver Stoffstrom)

Der durch die Kugel induzierte Transportvorgang ist ein typisches Beispiel für einen Prozeß der konvektiven Diffusion. Der an Übergangskomponente höher konzentrierte, zwischen der durch ihren Großkreis (um x_3 , Bild 6-2) dargestellten Kugeloberfläche und der Rohrmitte

gelegene Flüssigkeitsbereich gelangt durch eine Drehung um π zwischen die Kugel und die Rohrwand, in ein Gebiet also, das an Übergangskomponente verarmt ist.

Durch diesen ersten, konvektiven Schritt bildet sich ein - gegenüber dem Konzentrationsprofil der ungestörten Strömung (gestrichelter Verlauf in Bild 6-4) - örtlich größerer Konzentrationsgradient zwischen der Kugel und der Rohrwand aus, der eine Verbesserung des molekular-diffusiven Transportes in Richtung der Rohrwand zur Folge hat. Hierdurch wiederum verringert sich die Konzentration der Übergangskomponente innerhalb der Hüllschicht.

Nach einer abermaligen Drehung um π befindet sich der durch die Abdiffusion in Richtung der Wand verarmte Bereich wieder zwischen der Kugel und der Rohrmitte. Damit existiert auch an dieser Stelle ein größerer Konzentrationsgradient, dem die molekulare Diffusion aus den hochkonzentrierten Kernbereichen der Strömung entgegenwirkt.

Da bei hohen Schmidtzahlen (Größenordnung 10^3) molekularer Transport gegenüber konvektivem zu vernachlässigen ist, ist die Richtung des durch die rotierende Kugel induzierten Transportbeitrages eindeutig durch die Richtung zur Membranwand, quer zur Hauptströmungsrichtung gegeben.

Die Konzentrationsverteilung in der rotierenden Grenzschicht der Kugel ist in Bild 6-4 als der Mittelwert der jeweils entsprechenden radialen Positionen der ungestörten Strömung angenommen. Damit ist die mittlere Konzentration unmittelbar an der Partikeloberfläche zunächst einmal größer als an den Stellen zwischen der Grenzschicht und dem angrenzenden Fluid.

Die Konzentrationsdifferenzen $\Delta c(r_{\delta 1,2})$ sind nicht als stetige Übergänge in die Darstellung aufgenommen. Dies steht in Zusammenhang mit der Tatsache, daß der Stofftransportbeitrag einer Einzelkugel vor allem dann, wenn man ihn von dem Bezugssystem der festen Wand aus betrachtet, ein höchst singuläres Ereignis darstellt, das einen instationären Charakter aufweist. Der gesamte Transportvorgang ist notwendig davon abhängig, daß sich die Konzentrationen im Bereich von $r_{\delta 1}$ und $r_{\delta 2}$, Stellen also, die durch die Rotation ineinander überführt werden, zeitlich ändern, so daß durch den Aus-

gleichsvorgang der Diffusion ein zur Wand gerichteter Stoffstrom resultiert.

Ein (zeitlicher) Mittelwert für $c(r_{\delta 1,2})$ sowie ein dem stetigen Grundcharakter natürlicher Ausgleichsvorgänge angepaßter Konzentrationsverlauf in Bild 6-4 würde eher zur Unklarheit beitragen, da die zeitliche Änderung dieser Konzentration die notwendige Grundlage für den Transportvorgang darstellt.

Zusammenfassend läßt sich sagen:

- Eine rotierende Kugel hat dann einen Einfluß auf den Stofftransport quer zur Hauptströmungsrichtung, wenn diese Eigenbewegung innerhalb eines Strömungsbereiches stattfindet, in dem ein Konzentrationsgradient herrscht.
- Der durch eine Kugel induzierte Effekt ist umso größer, je größer der Konzentrationsgradient im Bereich von Hüllschicht und Kugel und je größer der Partikeldurchmesser ist. Da der Konzentrationsgradient mit wachsender Annäherung an die Rohrwand zunimmt, spielen die Dicke der feststofffreien Wandzone und der Partikeldurchmesser, dem die Hüllschichtdicke proportional ist, eine wesentliche Rolle.

Die in Bild 6-4 dargestellte Querschnittsfläche der Kugel ist diejenige Ebene, in der ihr Stofftransportbeitrag maximal ist. Hier sollte die transportierende Grenzschicht ihre größte Ausdehnung erreichen. Hier sind zudem die Abstände zwischen der Kugeloberfläche und der Membranwand einerseits und zwischen ihr und den an Übergangskomponente reichen Strömungsbereichen in der Rohrmitte andererseits minimal.

Beim Vergleich der gemessenen, durch das gesamte Partikelkollektiv im Meßstreckenvolumen verursachten Stoffübergangserhöhung mit dem Stofftransportbeitrag einer Einzelkugel gemäß der Modellvorstellung ist es allgemein notwendig, zwischen

- dem Transportbeitrag eines Einzelteilchens an einer bestimmten Stelle x des längenabhängigen Konzentrationsprofils,
- dem Stofftransportbeitrag eines Einzelteilchens, bezogen auf die gesamte Rohrlänge,
- und dem Beitrag des Partikelkollektivs, bezogen auf die gesamte Rohr-Innenfläche,

zu differenzieren. Der Transportbeitrag einer Einzelkugel läßt sich, Bild 6-4 folgend, als eine örtliche und zeitliche Verringerung der Diffusionsgrenzschichtdicke interpretieren. Die Verringerung der integralen Diffusionsgrenzschichtdicke durch das Teilchenkollektiv im Meßstreckenvolumen ist eine resultierende, experimentell nur pauschal bestimmbare Größe.

6.4. Die Stoffübergangserhöhung in der entmischten Suspensionsströmung als pauschale Verringerung des Stofftransportwiderstandes gegenüber der feststofffreien Poiseuille-Strömung

Die Sherwoodzahl stellt eine über die Rohrlänge gemittelte dimensionslose Konzentrationsdifferenz zwischen der Kernströmung und der Rohrwand dar. Ihr reziproker Wert steht für den pauschalen Transportwiderstand. In der laminaren Rohrströmung bildet sich mit wachsender Rohrlänge im Bereich des stoffliche Einlaufs an der Wand die sogenannte Diffusionsgrenzschicht δ_{diff} aus. Diese ist durch einen Konzentrationsgradienten der Übergangskomponente charakterisiert. Innerhalb der Diffusionsgrenzschicht ist der Stofftransport durch molekulare Diffusion geschwindigkeitsbestimmend. Somit stellt die Diffusionsgrenzschicht der Hauptwiderstand gegen den Transport der Übergangskomponente zur Rohrwand dar. Es ergibt sich die Proportionalität:

$$\text{Transportwiderstand} \sim \frac{1}{Sh} \sim \frac{\delta_{\text{diff}}}{R} \quad (6.9)$$

Nach Levich /28/ gilt für die Diffusionsgrenzschicht folgende Beziehung (es gelten die in Abschn. 5.1 angegebenen Randbedingungen):

$$\delta_{\text{diff}} = \frac{1}{0,67} \left(\frac{D}{\nu}\right)^{1/3} \sqrt[3]{\frac{\nu}{u_0 R}} \sqrt[3]{R^2 \cdot 1} \quad (6.10)$$

Die Umrechnung ergibt

$$\frac{\delta_{\text{diff}}}{R} = 1,88 (\text{Re}_R \cdot \text{Sc} \cdot 2R/l)^{-1/3} \quad (6.11)$$

für die feststofffreie, laminare Rohrströmung. Es ist zu beachten, daß die Gleichung nur für Rohrlängen gilt, die viel kleiner sind als die Konzentrations-Einlaufänge (wie es für sämtliche Experimente der vorliegenden Arbeit der Fall war).

Diese ergab sich nach Stephan /46/ zu

$$\frac{l_c}{R} = 1,365 \operatorname{Re} \cdot \operatorname{Sc} \quad (\text{s. 5.8})$$

Nach dieser Rohrlänge hat sich die Sherwoodzahl bis auf 1 % ihrem konstanten Endwert

$$\operatorname{Sh}_\infty = 3,66$$

genähert. Das Konzentrationsprofil ist (nahezu) ausgebildet, was bedeutet, daß die Dicke der Diffusionsgrenzschicht gegen

$$\left(\frac{\delta_{\text{diff}}}{R} \right) \frac{1}{l_c} \approx 1$$

geht und die gesamte radiale Konzentrationsverteilung durch einen von Null verschiedenen Konzentrationsgradienten charakterisiert ist. Aus diesen Überlegungen folgt für die Dicke der Diffusionsgrenzschicht im Bereich des Konzentrationseinlaufes der Rohrströmung:

$$\frac{\delta_{\text{diff}}}{R} = \frac{3,66}{\operatorname{Sh}} \quad ; \quad (6.12)$$

denn für $\delta_{\text{diff}}/R = 1$ ergibt sich

$$\operatorname{Sh} = 3,66.$$

Mit dem empirischen Stoffübergangsgesetz (Gl. 5.17) von Hausen, das auch im Bereich

$$\frac{l}{2R} \gtrsim \frac{l_c}{2R} \quad ; \quad z > 1,9 \cdot 10^{-2}$$

seine Gültigkeit behält (- im Gegensatz zur Lévêque-Gleichung -) folgt tatsächlich:

$$\left(\frac{\delta_{\text{diff}}}{R} \right) \frac{1}{l_c} = 0,96 \approx 1.$$

Anhand von Gl. 6.12 lässt sich so die Dicke der Diffusionsgrenzschicht als Maß für den Stofftransportwiderstand bis zur Rohrwand berechnen.

Die Dicke der Diffusionsgrenzschicht und damit die Ausdehnung des Strömungsbereiches nahe der Rohrwand, in dem ein merklicher Konzentrationsgradient auftritt, ist für die Erhöhung des Stoffübergangs durch in diesem Bereich von der Strömung mittransportierte inerte Feststoffteilchen von besonderem Interesse. Wie in Abschnitt 6.3 ausgeführt, kann eine Verbesserung des Stofftransportes durch die Eigenbewegung der Teilchen nur dann erfolgen, wenn an ihrem Aufenthaltsort ein merklicher Konzentrationsgradient vorliegt, wenn sich also der

Aufenthaltsbereich der rotierenden Partikeln und die Diffusionsgrenzschicht überlappen. Infolgedessen erscheint es sinnvoll, die Stoffübergangserhöhung als Folge der Verringerung der Dicke der Diffusionsgrenzschicht aufgrund der Eigenbewegung der Partikeln darzustellen.

- Leider ist es bisher nicht möglich, Informationen über örtliche Konzentrationen der Übergangskomponente in der feststofffreien Flüssigkeitsströmung aus analytischen Berechnungen zu erhalten und zu verwerten. Dies wird erst mit dem Vorliegen der Arbeit /45/ möglich werden. Die Werte, mit denen bisher und auch im folgenden gerechnet wird, sind demgegenüber notwendig pauschale, über die betrachtete Rohrlänge gemittelte Werte. Das heißt: Es ist bisher keine quantitative Aussage über das Wirken eines einzelnen Teilchens an einer bestimmten Stelle des Rohres mit bekanntem Konzentrationsprofil möglich. Betrachtet wird vorerst also nur der Effekt, der sich (pauschal) aus dem Zusammenwirken aller im Rohrvolumen befindlichen Partikeln ergibt. -

Der Effekt der Verminderung der Dicke der Diffusionsgrenzschicht, $\Delta \delta_{\text{diff}}$, läßt sich nach Gl. 6.12 darstellen mit Hilfe der Differenz

$$\Delta \delta_{\text{diff}}/R = 3,66 \left(\frac{1}{Sh_0} - \frac{1}{Sh_s} \right)$$

(Index 0: feststofffrei; Index s: Suspension)*

oder

$$\Delta \delta_{\text{diff}}/R \sim \frac{1}{Sh_0} - \frac{1}{Sh_s} \quad . \quad (6.13)$$

Um es noch einmal zu betonen: Damit ist die pauschale Verringerung der Dicke der Diffusionsgrenzschicht erfaßt, wie sie durch sämtliche anwesenden Partikeln verursacht wird - ungeachtet der Tatsache, daß die örtlichen Effekte der einzelnen Feststoffteilchen durchaus verschieden sind (- nämlich abhängig vom örtlich herrschenden Konzentrationsgradienten und somit auch abhängig vom zurückgelegten Strömungsweg). So sind zwar für die Analyse und das Verständnis der partikelinduzierten Stoffübergangserhöhung Informationen über die örtliche

*Zur notwendigen Unterscheidung zwischen den Sherwoodzahlen der feststofffreien Strömung und denjenigen der entsprechenden Suspensionsströmung werden von dieser Stelle an die beiden Indizes 0 ($c_s = 0$) und s ($c_s \neq 0$) verwendet.

Konzentrationsverteilung erforderlich, zur allgemeinen Beschreibung und bei Auslegungsrechnungen in der Praxis werden aber künftig auch weiterhin die pauschalen Stoffstromdichten und Sherwood-Zahlen benutzt werden.

Berechnet man für die unterschiedlichen entmischten, nichtentmischten und auch sedimentierenden Suspensionsströmungen unterschiedlicher Partikelkonzentrationen und -durchmesser die Differenz $1/Sh_0 - 1/Sh_s = C$, so erhält man Werte für C , für die gilt:

$$C = C_{ReR} (d/2R, c_s, l, l_E, \Delta \rho)$$

und

$$C_{ReR} = \text{const} \quad \text{für} \quad 20 < Re_R < 1500.$$

Die Verringerung der Dicke der pauschalen Diffusionsgrenzschicht ist zwar u.a. abhängig von der Länge der Stoffübergangsstrecke, nicht aber von der Rohr-Reynoldszahl (sofern sich diese im laminaren Bereich befindet). Diese von Re_R unabhängige Differenz zwischen den Dicken der Diffusionsgrenzschichten der feststofffreien Strömung einerseits und der Suspensionsströmungen andererseits erklärt sich folgendermaßen: Zwar nimmt mit wachsender Rohr-Reynoldszahl der Wert $1/Sh_0$ und damit die Dicke der Diffusionsgrenzschicht in der feststofffreien Strömung ab, in gleichem Maße wird jedoch die feststofffreie Wandzone in der Suspensionsströmung kleiner und die Partikeln werden in größerer Wandnähe transportiert. Dies geschieht offensichtlich so, daß der Konzentrationsgradient im Bereich der rotierenden Teilchen und ihrer Hüllschichten näherungsweise konstant bleibt. - Diese Aussage gilt wiederum für die Gesamtheit der betrachteten Partikeln und somit pauschal für die gesamte Meßstreckenlänge. -

Die obere Grenze für die Re_R -Unabhängigkeit der Verringerung der Dicke der Diffusionsgrenzschicht ist gegeben, wenn Sh_0 im Übergangsbereich laminare/turbulente Rohrströmung so steil anwächst, daß

$$\frac{1}{Sh_0} < C_{ReR} \quad \text{für} \quad Re_R < 2500$$

wird; es wird dann auch

$$\frac{1}{Sh_0} - \frac{1}{Sh_s} < C_{ReR},$$

was seine Ursache in den grundlegend geänderten Strömungsverhältnissen und deren Einfluß auf die Stofftransportmechanismen hat.

Aus dem beschriebenen Zusammenhang zwischen der Diffusionsgrenzschicht der feststofffreien Strömung und ihrer Verringerung in der Suspensionsströmung folgt als allgemeine Beziehung für den Stofftransport in der laminaren Suspensions-Rohrströmung:

$$Sh_s = \frac{Sh_0}{1 - C_{ReR} \cdot Sh_0}, \quad \text{mit } C_{ReR} = C_{ReR}(d/2R, c_s, l, l_E, \Delta\varphi). \quad (6.14)$$

Diese Gleichung beschreibt die in Bild 5-5 dargestellten Abhängigkeiten der Sherwoodzahlen in Suspensionsströmungen und ihren steilen Anstieg bei wachsenden Rohr-Reynoldszahlen. Die Re_R -unabhängigen Konstanten $C_{ReR} \cdot (d/2R)^{-1}$ sind im Anhang A 1 aufgelistet.

6.4.1 Die Verringerung des Stofftransportwiderstandes durch stationäre Partikel-Eigenrotation unter Berücksichtigung von Feststoff-Volumenkonzentration, Partikelanzahl und -durchmesser in der nicht-sedimentierenden Suspensionsströmung

Es soll der Versuch unternommen werden, die Modellvorstellung über den konvektiven und molekularen Stofftransportbeitrag eines Teilchens mit den Versuchsergebnissen zum pauschalen Verhalten aller Teilchen im Meßstreckenvolumen qualitativ in Übereinstimmung zu bringen. Im letztgenannten Fall werden stets Partikeln unterschiedlicher Durchmesser bei konstanter Feststoffvolumenkonzentration betrachtet, das Feststoff-Gesamtvolumen ist also - sehr im Gegensatz zur Situation von Einzelkugeln unterschiedlicher Größe - konstant.

In Abschnitt 6.4 wurde die von der Rohr-Reynoldszahl unabhängige Größe C_{ReR} vorgestellt, die beschreibt, wie groß die Verringerung der (pauschalen) Diffusionsgrenzschichtdicke durch das gesamte Partikelkollektiv im Meßstreckenvolumen ausfällt. Um die von einem Teilchen verursachte Verkleinerung der Diffusionsgrenzschicht, bezogen auf die gesamte Rohrlänge, zu erhalten, bezieht man die Größe C_{ReR} auf

die Anzahl der im Meßstreckenvolumen enthaltenen Partikeln, für die gilt:

$$N = \frac{3}{2} \cdot c_s \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{d}{2R}\right)^{-3} \cdot \frac{1}{2R} \quad (6.15)$$

und erhält:

$$\frac{C_{ReR}}{N} = \frac{(d/2R)^3}{1/2R \cdot c_s} \quad (6.16)$$

Wie aus diesen Werten und dem zu berechnenden Quotienten C_{ReR}/N hervorgeht, ist der Beitrag eines Teilchens zur Verkleinerung der Diffusionsgrenzschicht in hohem Grade seinem Volumen - bzw. dem der Hüllschicht - proportional. Damit ist die Verkleinerung der Diffusionsgrenzschicht sehr weitgehend abhängig von der in der Teilchenhüllschicht transportierbaren Stoffmenge der Übergangskomponente.

Zwar wird C_{ReR} mit wachsender Feststoffkonzentration größer. Diese Vergrößerung entspricht aber nicht Gl. 6.16: Bei wachsender Feststoffkonzentration nimmt der (mittlere, pauschale) Stofftransportbeitrag eines Einzelteilchens relativ ab. Als Gründe für dieses Verhalten sind zu nennen: Zum einen ist die Aufnahmefähigkeit der wandnahen Strömungsbereiche für Feststoffpartikeln nicht unbegrenzt; zum anderen nimmt der Beitrag einer Partikel mit wachsender Teilchenzahl ab, weil durch die vorangegangenen Partikeln das örtliche Konzentrationsprofil bereits in für den Beitrag des folgenden Teilchens negativer Weise verändert wurde: die Partikeln wirken hinsichtlich der Veränderung des Konzentrationsprofiles nicht mehr wie Einzelkugeln. Hinzu kommt, daß bei großen Teilchenzahlen die Bildung von Kugelketten möglich ist, was zur Folge hat, daß die in der Kette transportierten Partikeln (bis auf die erste) auf keinen Fall das Konzentrationsprofil der ungestörten Strömung antreffen, sondern das von der vorangegangenen Kugel beeinflusste. Folglich wirkt sich die Bildung von Kugelketten negativ auf die Stoffübergangserhöhung aus; dies im Vergleich zu dem Verhalten derselben Anzahl von Partikeln, die über die gesamte zur Verfügung stehende Gleichgewichtszone verteilt ist.

C_{ReR} ist ferner vom Teilchendurchmesser abhängig: Die "unterschiedliche Verteilung" des Feststoff-Gesamt volumens im Rohr führt - bei konstanten Feststoffkonzentrationen von Partikeln unterschiedlicher Durchmesser - zu unterschiedlichen Ergebnissen bei der pauscha-

len Verkleinerung der Diffusionsgrenzschichtdicke. Der Effekt wächst mit wachsendem Teilchendurchmesser.

Eine einfache Abschätzung zeigt, daß bei den wenigen untersuchten Feststoffkonzentrationen und Teilchendurchmessern diesbezüglich keine weitergehenden Aussagen möglich sind. Anschaulich ist es, die Verringerung der Dicke der Diffusionsgrenzschicht auf die Teilchengröße, d.h. den Partikeldurchmesser, zu beziehen, und man erhält mit $C_{d/2R}$ eine Größe, die diese Verringerung mittels der Partikeldimension beschreibt:

$$C_{d/2R} = \frac{C_{ReR}}{d/2R} \quad (6.17)$$

Das erstaunliche, wenn auch möglicherweise zufällige Ergebnis besteht darin, daß sich $C_{d/2R}$ für die Teilchendurchmesser $d/2R = 0,10$ und $0,14$ unter allen untersuchten Bedingungen als identisch erweist. Dies gilt allerdings nicht für die - vergleichsweise sehr großen - Partikeln mit $d/2R = 0,35$. Zwar fällt es nicht schwer, mögliche Gründe für das Verhalten der großen Teilchen zu benennen: Es steht zu vermuten, daß Partikeln dieser Größe mit einer gegenüber Gl. 6.2 sehr stark reduzierten Winkelgeschwindigkeit rotieren, daß zudem bei der gegebenen Rohrlänge ($l < l_c$) ein relativ großer Teil ihres konvektiven Transportbeitrags nicht innerhalb der Diffusionsgrenzschicht geleistet wird und sich ein vergleichsweise größerer Teil ihres Gesamtvolumens außerhalb des Gebietes, in dem ein Konzentrationsgradient existiert, bewegt. Alles in allem ist aber der Stoffaustausch zwischen der mitrotierenden hydrodynamischen Grenzschicht und der umgebenden Flüssigkeit zu vielfältig von "abhängigen" (d.h. mittelbar hydrodynamisch verursachten) Parametern, wie etwa der Winkelgeschwindigkeit und dem Teilchenschlupf beeinflusst, als daß Abschätzungen wie die oben vorgenommene und im folgenden weitergeführte nicht mit Vorbehalten zu behandeln wären.

Die Größe $C_{d/2R}$ ist proportional der Rohrlänge, der Feststoffkonzentration und der Dichtedifferenz zwischen Fluid und Feststoff mit unterschiedlichen, aufgrund der zu kleinen Menge der Meßwerte pro betrachtetem Parameter nicht berechneten Exponenten.

$$C_{d/2R} \sim (1/l_E, c_s, \Delta \rho \text{ oder } Re_d)^{n,m}$$

Sie ist für entmischte Suspensionsströmungen kleiner als für solche, deren Fest-/Flüssig-Entmischung in der Stoffübergangsmeßstrecke stattfindet ($l_E = 0$).

Mit $C_{d/2R}$ erhält man für die dimensionslose Stoffstromdichte oder Sh_S in laminaren Suspensionsströmungen die folgende Abhängigkeit:

$$Sh_S = \frac{Sh_0}{1 - d/2R \cdot Sh_0 \cdot C_{d/2R}} \quad (6.18)$$

Die Gleichung 6.18 gilt mit jeweils konstanten Werten für $C_{d/2R}$ für die kleinen Partikeldurchmesser $d/2R = 0,10$ und $0,14$ im gesamten untersuchten Parameterbereich der laminaren Rohrströmung, also auch für unterschiedliche Dichtedifferenzen zwischen Fluid und Feststoff und für noch nicht entmischte Suspensionsströmungen.

Da nach Bild 4-4 für die feststofffreie Wandzone s/R gilt:

$$s/R \approx C(c_s) \cdot Re_R^{-0,4} \quad \text{für } \Delta\varphi = 0$$

$$s/R \approx C(\Delta\varphi) \cdot Re_R^{-0,4} \quad \text{für } c_s = \text{const (1 Vol\%)}$$

und die nur geringe Abhängigkeit der Dicke der feststofffreien Wandzone von der Teilchengröße bei einer solchen Abschätzung vernachlässigt werden kann, kann man für $\Delta\varphi = 0$ schreiben

$$C_{d/2R} \approx C(c_s) \cdot C(1) = \frac{Re_R^{-0,4}}{s/R} \cdot C(1) \quad (6.19)$$

und erhält mit Gl. 6.18:

$$Sh_S \approx \frac{Sh_0}{1 - \frac{d/2R}{s/R} \cdot Sh_0 \cdot Re_R^{-0,4} \cdot C(1)} \quad (6.20)$$

Für die beiden untersuchten Meßstreckenlängen (entmischte Suspensionsströmungen) ist bei $\Delta\varphi = 0$ und

$$l_1 = 100 \text{ cm: } C(l_1) \approx 0,30 \pm 0,03$$

$$l_2 = 150 \text{ cm: } C(l_2) \approx 0,40 \pm 0,04$$

Bei dieser Abschätzung muß jedoch berücksichtigt werden, daß eine Beziehung zwischen der Stoffübergangserhöhung der Suspensionsströmung und Parametern wie Partikeldurchmesser, -anzahl und Feststoffvolumen nicht einfach und direkt aus pauschalen Betrachtungen gewonnen werden

kann. Der individuelle Partikelbeitrag im veränderlichen Konzentrationsprofil spielt eine entscheidende Rolle; man wird deshalb nicht umhinkommen, die Strömung auf diesen Beitrag hin zu untersuchen.

6.4.2 Der Einfluß der Rohrlänge auf den Stofftransportbeitrag stationär rotierender Feststoffpartikeln - eine Abschätzung der längenabhängigen Konstante $C(l)$

Im Unterschied zum Stoffübergangsverhalten der feststofffreien Strömungen, das darin besteht, daß die pauschale Stoffstromdichte mit wachsender Rohrlänge abnimmt, während sich die Diffusionsgrenzschicht ausdehnt, läßt sich bei Suspensionsströmungen mit den beiden untersuchten Meßstreckenlängen ($l = 100$ und 150 cm) nach erfolgter Fest-/Flüssig-Entmischung eine Längenabhängigkeit der Sherwoodzahl praktisch nicht nachweisen. Der Stoffübergang in entmischten Suspensionsströmungen ergibt sich als deutlich weniger längenabhängig als derjenige in der feststofffreien Strömung.

Eine Erklärung für dieses Verhalten liegt in der Abhängigkeit des Transportbeitrages einer Partikel von der Rohrlänge. Wie in Bild 6-5a skizziert ist, kann die rotierende Partikel erst dann einen Stofftransportbeitrag leisten, wenn sie sich zumindest teilweise (wie bei der Länge l_2), besser aber ganz (wie bei der Länge l_3) innerhalb der Diffusionsgrenzschicht bewegt; dies ist bei der Länge l_1 nicht der Fall, also kann das Feststoffteilchen keinen eigenen Beitrag zum Stoffübergang leisten.

Die tatsächlichen Wechselwirkungen zwischen den längenabhängigen, örtlichen Konzentrationsprofilen und den rotierenden Partikeln auf ihrem Weg durch das Rohr auf den jeweiligen Gleichgewichtspositionen werden durch die Größe $C(l)$ wiedergegeben (Gl. 6.20).

Ein Einfluß der Vorgeschichte der Teilchenbewegung - z.B. Aufladung der Hüllschicht in höher konzentrierten Strömungsbereichen - ist a priori nicht auszuschließen. So ist die in der Hüllschicht herrschende Konzentration der Übergangskomponente sicher nicht allein von der im Fluid vorzufindenden Konzentration in der momentanen Umgebung des Teilchens abhängig. Vergleicht man die in Bild 6-5a dargestellten Konzentrationsverteilungen, die sich hinsichtlich der

Ausdehnung der Grenzschicht und der Größe der Konzentrationsgradienten

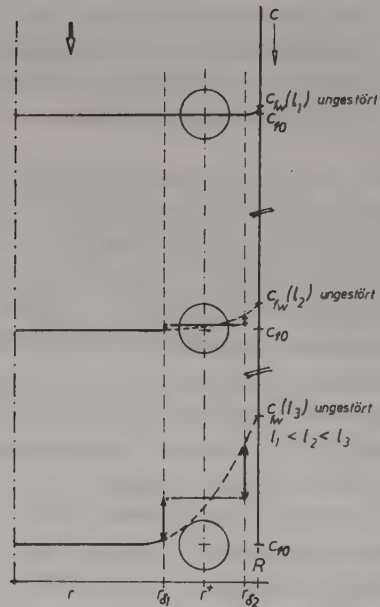


Bild 6-5a Zum Einfluß der Rohrlänge auf den Stofftransportbeitrag einer individuellen Partikel

unterscheiden und somit verschiedenen Rohrlängen l_1 , l_2 und l_3 entsprechen, mit den örtlichen Transportbeiträgen des rotierenden Teilchens, so nimmt

- der örtliche Stoffstrom durch die Wand in der ungestörten Strömung mit wachsender Rohrlänge ab,
- der örtliche Partikelbeitrag durch konvektive Diffusion aufgrund der Teilchenrotation mit wachsender Rohrlänge zu, dies wegen der zunehmenden Konzentrationsdifferenzen $\Delta c(r_{\delta 1,2})$.

Der Partikelbeitrag zum Stoffübergang ist notwendig an zwei Bedingungen geknüpft, von denen der konvektive Transport in der rotierenden hydrodynamischen Grenzschicht die eine, der Konzentrationsgradient im Aufenthaltsbereich der Kugel die andere ist. Die in der Hüllschicht konvektiv transportierte Stoffmenge ist nicht direkt (wie Obermayer in /45/ annimmt) für die örtliche Erhöhung des Stoffstroms durch die Membran verantwortlich. Nur über die Veränderung der herrschenden Konzentrationsgradienten wird durch den konvektiven Transport in der Hüllschicht eine Verbesserung des molekularen und damit des gesamten Stofftransportes in Richtung der Rohrwand erreicht.

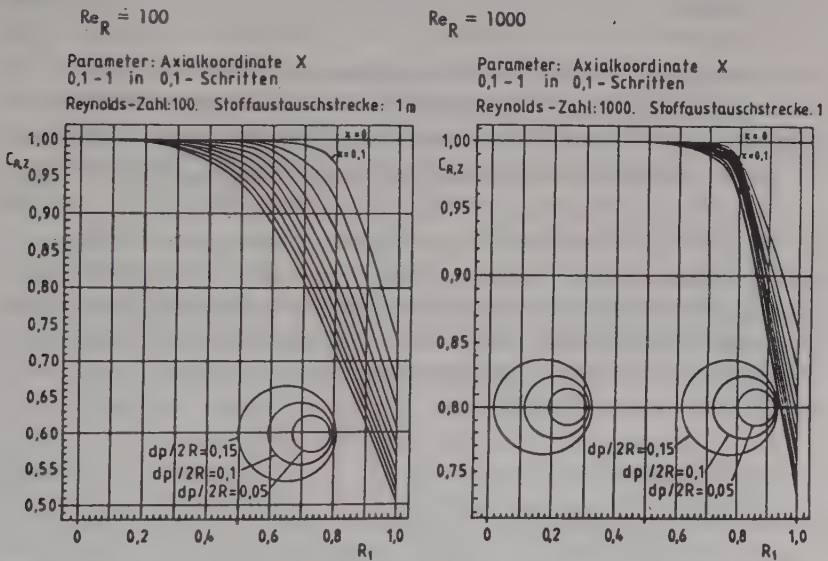


Bild 6-5b Berechnete Konzentrationsverteilungen der ungestörten Strömung in Abhängigkeit der Rohrlänge; zum Vergleich: Gleichgewichtspositionen von Partikeln unterschiedlicher Durchmesser (nach Obermayer /45/)

Dieser Ansatz wird durch die von Obermayer /45/ vorgenommene Berechnung von Konzentrationsverteilungen in der ungestörten laminaren Rohrströmung bestätigt. Bild 6-5b illustriert die Abhängigkeit der Konzentrationsverteilung in der flüssigen Phase von der Rohrlänge und stellt zwischen der Änderung der radialen Konzentrationsprofile (bzw. dem Anwachsen der Diffusionsgrenzschicht) und der Gleichgewichtsposition einer Einzelkugel (nach Bauckhage /23/) eine Beziehung her. Das in

Bild 6-5b dargestellte Ergebnis der numerischen Rechnung stimmt weitestgehend mit dem eigenen qualitativen Ansatz, dargestellt in Bild 6-5a, überein:

- unter den gegebenen hydrodynamischen und geometrischen Randbedingungen sind die Größenordnungen der Ausdehnung der Konzentrationsgrenzschicht und der Dicke der feststofffreien Wandzone gleich;
- mit wachsender Rohrlänge nimmt der örtliche Wandpartialdruck ab, während sich die Konzentrationsgrenzschicht zur Rohrmitte hin ausdehnt.

Also bestätigen die numerischen Berechnungen die Richtigkeit des bisher auf qualitativen Überlegungen beruhenden Konzeptes für den Einfluß der Partikelrotation auf die Verbesserung des Stofftransportes in einer Flüssigkeitsströmung quer zur Hauptströmungsrichtung.

Um den Einfluß der Rohrlänge auf den Transportvorgang näher untersuchen zu können, muß ein breiteres Spektrum von Rohrlängen durch Versuche abgedeckt werden, als dies bei der Vielzahl der anderen variierten Parameter möglich gewesen wäre. Diese Rohrlängen müssen sich dann deutlicher als die untersuchten in Bezug auf die stoffliche Einlauf-
länge l_c

$$\frac{l_c}{2R} = 1,365 \operatorname{Re}_p \cdot Sc \quad (\text{s. 5.8})$$

voneinander unterscheiden, um zu repräsentativen Ergebnissen kommen zu können, eine Forderung, die wiederum in der Praxis nicht so leicht zu realisieren ist (bedenkt man den beträchtlichen Wert der stofflichen Einlauf-
längen selbst noch bei relativ niedrigen Rohr-Reynoldszahlen). Die untersuchten Längen unterscheiden sich gegenüber l_c zu wenig voneinander, so daß für das Verhalten der Partikelbeiträge in Abhängigkeit der Rohrlänge nur Abschätzungen möglich sind. Wenn C_1 im wesentlichen eine Funktion der Rohrlänge ist

$$C_1 = \left(\frac{l}{2R}\right)^n C$$

und

$$Sh_S = \frac{Sh_0}{1 - C \cdot Sh_0 \frac{d/2R}{s/R} Re_R^{-0,4} \left(\frac{l}{2R}\right)^n}, \quad (6.21)$$

muß für den Exponenten von C_1 gelten:

$$n \approx 0,4 ;$$

denn nur damit kann die Stoffstromdichte nach abgeschlossenem stofflichen Einlauf wie in der feststofffreien Strömung einen konstanten Endwert erreichen.

Zwar kann die gegebene Interpretation von $C(l)$ aufgrund der zu geringen Zahl an experimentellen Daten nur eine grobe Annäherung der realen Verhältnisse darstellen. Mit dem Ergebnis dieser Abschätzung läßt sich aber die Tatsache, daß sich der Stofftransport in der Suspensionsströmung anders mit der Rohrlänge verhält als derjenige in der feststofffreien Flüssigkeitsströmung, übereinstimmend wiedergeben. In der feststofffreien Strömung ist die Sherwoodzahl Sh_0 proportional der Einlaufkennzahl z , wie es auch in der Lévêque-Gleichung wiedergegeben ist;

$$z = (Re \cdot Sc \cdot 2R/l)^{-1}.$$

Dieser einfache Zusammenhang ist für die Suspensionsströmung (wie aus Gl. 6.21 zu entnehmen ist) nicht mehr gegeben: Das Stofftransportverhalten mit veränderter Rohr-Reynoldszahl ist nicht analog zu setzen zu demjenigen mit variabler Rohrlänge. Variiert man die Rohrlänge ($Re_R = \text{const}$), so bleibt die Dicke der feststofffreien Wandzone konstant; im umgekehrten Fall ($l = \text{const}$)   ndert sich auch die Dicke der feststofffreien Wandzone. In der Folge wächst Sh_S bei konstanter Rohrlänge zunehmend mit Re_R (da s/R kleiner wird) und nähert sich mit kleinen Werten von Re_R Sh_0 . Im Gegensatz dazu geht Sh_S mit Annäherung an den Rohreingang gegen Sh_0 ($Re_R = \text{const}$, $s/R = \text{const}$) und strebt mit wachsendem Wert von l gegen einen gegenüber Sh_0 , ∞ erhöhten stationären Endwert $Sh_{S,\infty}$.

6.4.3 Die Verringerung des Stofftransportwiderstandes durch stationäre Partikel-Eigenrotation unter Berücksichtigung geringer Dichtedifferenzen zwischen Fluid und Feststoff: Der Einfluß des Teilchenschlupfes

Für den Stofftransportmechanismus schwach sedimentierender Partikeln stellt sich die Frage, ob sich ihr Transportbeitrag noch anhand des Hüllschichtmodells beschreiben läßt oder ob etwa Schlupfgeschwindigkeiten die Hüllschicht in Form und Funktion so verändern, daß sedimentierende Partikeln einen deutlich veränderten Beitrag zur Verminderung des Stofftransportwiderstandes leisten.

Im folgenden wird der Feststellung von Jeffrey /21/ und Bauckhage /56/, daß sich nämlich der Schlupf mit zunehmender Wandannäherung stark vermindert bzw. gegen Null geht, wenn Strömungs- und Sedimentationsrichtung übereinstimmen, Rechnung getragen. Die Vorgehensweise entspricht damit der im vorhergehenden Abschnitt für wachsende Feststoffkonzentrationen beschriebenen: Der Einfluß der Eigengeschwindigkeiten der Partikeln sei gering gegenüber demjenigen der Veränderung der Dicke der feststofffreien Wandzone bzw. - für gleiche Richtungen von Sedimentation und Strömung - der wachsenden Wandannäherung der Partikeln mit zunehmender Dichtedifferenz. Es soll also überprüft werden, ob der (der Gl. 6.20) analoge Ausdruck

$$Sh_s = \frac{Sh_0}{1 - \frac{d/2R}{(s/R)} \cdot Sh_0 \cdot \frac{C(1)}{Re_R^{0,4}}} \quad (6.22)$$

auch für schwach sedimentierende Partikeln - Sedimentations- und Strömungsrichtung stimmen überein - Gültigkeit erhält.

Wie für nicht-sedimentierende Partikeln gilt auch hier

$$\frac{1}{Sh_0} - \frac{1}{Sh_s} = d/2R \cdot C_{d/2R} \quad ; \quad C_{d/2R} (1, 1, 1) \quad \text{bei } c_s = \text{const}, \quad (6.23)$$

wobei $C_{d/2R}$ nun allerdings - bei konstanter Feststoffkonzentration - abhängig von der Dichtedifferenz zwischen Fluid und Feststoff ist.

Man erhält mit Hilfe der Meßdaten für $c_s = 1 \text{ Vol\%}$ und $d/2R = 0,10$ und $0,14$:

$$\begin{aligned} C(l_2, Re_d = 0,035) &= 0,40 \pm 0,04; & \text{für } l_2 &= 150 \text{ cm,} \\ C(l_2, Re_d = 0,065) &= 0,51; & l_2 &= 100 \text{ cm} \\ C(l_2, Re_d = 0,109) &= 0,53; \\ C(l_2, Re_d = 0,185) &= 0,55. \end{aligned}$$

Damit läßt sich das Stofftransportverhalten von Suspensionen mit Partikel-Reynoldszahlen

$$Re_d \approx 0,065$$

nicht mehr allein mit Gl. 6.20 beschreiben; die Erhöhung der Stoffstromdichte - bzw. die Verminderung des Transportwiderstandes - ist nicht mehr nur von der Verringerung der Dicke der feststofffreien Wandzone (in Relation zum Partikeldurchmesser) abhängig.

Dieses Verhalten geht auch aus Bild 6-6 hervor, das die Beziehung

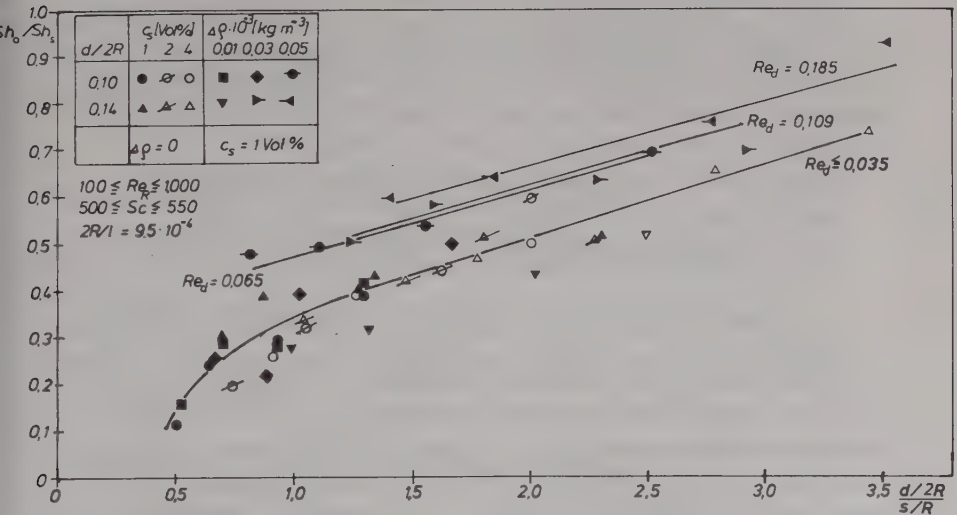


Bild 6-6 Stoffübergangserhöhung aufgrund stationärer Partikelrotation und Schlupf in sedimentierenden Suspensionen (Strömungsrichtung = Sedimentationsrichtung).

zwischen der Verringerung der Diffusionsgrenzschichtdicke und dem Verhältnis von Partikeldurchmesser und feststofffreier Wandzone,

$$\left(1 - \frac{Sh_0}{Sh_s}\right) = f\left(\frac{d/2R}{s/R}\right),$$

darstellt. Die entsprechenden Kurven für $Re_d \geq 0,065$ zeigen sich zu höheren Werten von $1 - Sh_0/Sh_s$ verschoben.

Dagegen ist die Stoffübergangserhöhung bei wachsender Feststoffkonzentration allein von dem Verhältnis $\frac{d/2R}{s/R}$ abhängig.

Die Verringerung der Diffusionsgrenzschichtdicke aufgrund von Dichtedifferenzen zwischen Fluid und Feststoff läßt sich infolgedessen nicht allein - wie beim Einfluß der gesteigerten Feststoffvolumenkonzentration - auf die Verlagerung der Aufenthaltspositionen der Teilchen in Richtung der Wand, d.h. auf die Verringerung der Dicke der feststofffreien Wandzone zurückführen. Dieses Verhalten sedimentierender Teilchen ist möglicherweise mit veränderten Umströmungsbedingungen zu erklären, von denen ein Einfluß auf den Stoffübergang erwartet werden kann, wenn diese veränderte Teilchenumströmung in der Nähe der Membranwand lokalisierbar ist.

Es fällt schwer, den größeren Stofftransportbeitrag sedimentierender Partikeln exakter als mit diesen etwas vagen "veränderten Umströmungsbedingungen" zu interpretieren, weil gleichzeitig verschiedene, teilweise widersprüchliche Faktoren eine Rolle spielen:

- die gegenüber nicht-sedimentierenden Teilchen veränderte Dicke der feststofffreien Wandzone,
- die Wirkung der Gewichtskraft F als äußere Kraft in Strömungsrichtung,
- das komplizierte Verhalten der Schlupfgeschwindigkeiten in Wandnähe.

So weisen sedimentierende Partikeln gegenüber nicht-sedimentierenden eine größere Verweilzeit im Meßstreckenvolumen auf - diestrotz der in Strömungsrichtung wirksamen Gravitationskraft. Es ist bisher nicht bekannt, ob diese Tatsache allein mit der zur Wand verschobenen Gleichgewichtsposition zu erklären ist oder ob - und wenn ja, in welchem Umfang - die Beziehungen für die Teilchenlängs- und Winkelgeschwindigkeit nach Jeffrey (Gl. 6.1, 6.2) ihre Gültigkeit behalten.

Ein grundsätzliches Problem der experimentellen Untersuchungen besteht darin, daß es - ohne das Aufbringen von äußeren Zwangskräften - unmöglich ist, einen "abhängigen" Parameter allein durch Variation eines

anderen "unabhängigen" Parameters zu verändern, da die Einflußgrößen auf komplexe Weise miteinander verknüpft sind. Ein Beispiel: Es ist nicht möglich, den Einfluß der Dicke der feststofffreien Wandzone bzw. der veränderten Gleichgewichtsposition eines Teilchens auf die Stoffübergangserhöhung unabhängig von der Teilchengröße oder der Dichtedifferenz zwischen Fluid und Feststoff experimentell zu bestimmen. Mit der Gleichgewichtsposition variiert man stets auch die Rohr- oder die Partikel-Reynoldszahl, die Längs- und die Winkelgeschwindigkeit wie auch den Teilchenschlupf, den Teilchendurchmesser oder die Dichtedifferenz. Aus diesem Grund kann das in Bild 6-6 dargestellte Ergebnis nicht differenzierter beurteilt werden als im Text geschehen.

6.5. Der Einfluß instationärer Partikelbewegungen

Der Einfluß instationärer Partikel-Eigenbewegungen in der laminaren Rohrströmung wurde anhand zweier Beispiele untersucht; in jedem Fall handelt es sich um Teilchenbewegungen quer zur Hauptströmungsrichtung. Dies betrifft zum einen den Effekt der Fest-/Flüssig-Entmischung, zum anderen den Stofftransportbeitrag sedimentierender Partikeln in der waagrechten Rohrströmung.

6.5.1 Stofftransportbeiträge durch instationäre Partikel-Querbewegungen während der Fest-/Flüssig-Entmischung: "Verdrängungstransport"

Wie bereits in Abschnitt 4.3.1 beschrieben, setzt sich die Fest-Flüssig-Entmischung aus den Bewegungsvorgängen der Wand- und der Kernentmischung zusammen.

Für die Längen der verschiedenen Einlaufvorgänge gilt:

$$l_u < l_{s,Wand} < l_{s,Kern} < l_c ; l_s: \text{Entmischungslängen.}$$

In der Vergangenheit ging man davon aus, daß die aufgrund der Fest-Flüssig-Entmischung gefundene Stoffübergangserhöhung (s. Bild 6-7) auf einen Verdrängungsmechanismus zurückzuführen sei, der sich vor allem bei der Wandentmischung stofftransportförderlich auswirken sollte. Demgegenüber wurde der Beitrag der kernentmischenden Partikeln eher

als rückvermischend, d.h. negativ für den Gesamt-Transportbeitrag, angesehen.

Der eventuelle Stofftransportbeitrag von den der Wandentmischung unterliegenden Partikeln wurde von Obermayer /5/ anhand eines "Verdrängungsmechanismus" erläutert: Das sich von der Wand entfernende Teilchen verdrängt auf seinem Weg Flüssigkeit, so daß im Endeffekt an Übergangskomponente reiche flüssige Phase das Feststoffvolumen unmittelbar an der Rohrwand ersetzt, was wiederum zu höheren Konzentrationsgradienten an der Wand und somit zu einem verbesserten Stofftransport in Richtung der Membran führen soll.

Dabei ist kritisch anzumerken, daß die Wand-Entmischungslänge im Vergleich zur Kern-Entmischungslänge nur kurz ist. Die Partikel-Querbewegung setzt bei der Wandentmischung unmittelbar am Rohreingang ein, an einer Stelle also, für die die Anfangsbedingungen

$$c_f (l = 0, r) = \text{const} = c_{f0}$$

gelten und an der nur vernachlässigbar kleine Konzentrationsgradienten auftreten. Damit geht die mögliche Erhöhung der Stoffstromdichte durch einen Verdrängungsmechanismus um so rascher gegen Null, je kleinere Werte die Wandentmischungslänge annimmt.

Bei nicht-sedimentierenden Einzelkugeln gilt für beide Entmischungslängen /23/:

- sie werden mit wachsendem Partikeldurchmesser kürzer;
- sie nehmen mit wachsender Rohr-Reynoldszahl ab:

$$l_{s/2R} \sim 1,43 \text{ Re}^{-1/2} (d/2R)^{-2}. \quad (6.24a)$$

Zusätzlich sind ihre Werte abhängig von der zu erreichenden Gleichgewichtsposition sowie von der Eintrittsposition des Teilchens:

$$l_{s/2R} \sim \left| \frac{r_1 - r_0}{R} \right| + \frac{R}{r^+} \ln \frac{r_1}{r_0} + \left[\frac{r^+}{R} - \frac{R}{r^+} \right] \ln \left| \frac{r_1 - r^+}{r_0 - r^+} \right| \quad (6.24b)$$

r_0 : Startposition

r_1 : angestrebte Position (z.B. $0,99 r^+$)

Je wandnäher die angestrebte Gleichgewichtsposition bzw. die Rohr-Reynoldszahl der Strömung ist, umso mehr unterscheiden sich die maximal benötigten Wand- und Kernentmischungslängen. Größenordnungs-

mäßig findet man für Einzelkugeln, die untersuchten geometrischen Verhältnisse ($d/2R$) und die Reynoldszahl

$$Re_R \approx 10^3: l_{s,Kern} \approx 5 \text{ cm}; \quad l_{s,Wand} \approx 0,5 \text{ cm}.$$

Es bleibt folgendes festzuhalten:

- die Wandentmischungslänge ist klein und nimmt mit zunehmender Rohr-Reynoldszahl ab;
- die stoffliche Einlaufänge ist bei den gegebenen Schmidtzahlen sehr groß und nimmt mit zunehmender Rohr-Reynoldszahl noch zu.

Während sich folglich auf der einen Seite die Ausbildung des Konzentrationsprofils bei wachsenden Rohr-Reynoldszahlen verzögert, beschleunigt sich der Vorgang der Wandentmischung. Als Folge sollte der Beitrag von Partikeln, die der Fest-/Flüssig-Entmischung unterliegen, mit wachsenden Rohr-Reynoldszahlen abnehmen, wenn ein Verdrängungsmechanismus für diese Art der Stoffübergangserhöhung verantwortlich ist.

Der Einfluß erhöhter Feststoffkonzentrationen wirkt in diesem Zusammenhang nicht nivellierend, sondern eher verschärfend: Während die Wandentmischung von der gegenseitigen Beeinflussung von Partikeln kaum betroffen ist, wächst die Kernentmischungslänge tendenziell für Partikeln, die das Rohr in einiger Entfernung der Gleichgewichtsposition betreten /23/.

Nach den eigenen Untersuchungen führt die Erhöhung der Feststoffkonzentration im Wandbereich in der Tendenz eher zu einer Verringerung der Dicke der feststofffreien Wandzone als zu einer signifikanten Verlängerung des entsprechenden Entmischungsweges, ein Ergebnis, das wiederum nicht für den Verdrängungstransportmechanismus der Wandentmischung als wesentlichem stofftransporterhöhenden Faktor bei der Fest-/Flüssig-Entmischung spricht.

Nach den experimentellen Ergebnissen nimmt sowohl in entmischten als auch in sich entmischenden Suspensionsströmungen der dimensionslose Stoffübergangskoeffizient Sh_S deutlich mit Re_R zu, wie Bild 6-7 zu entnehmen ist. Dies gilt sowohl für niedrigere als auch für höhere Feststoffkonzentrationen (dargestellt: $c_S = 1$ und $4 \text{ Vol\%}$). Dieses Verhalten spricht gegen den früher postulierten Einfluß der Wandentmischung, wenn man bedenkt, daß bei großen Werten der Rohr-Reynoldszahl sehr kleine Dicken der feststofffreien Wandzone resultieren, so

daß die Anzahl der Partikeln, die der Wandentmischung unterliegen, gegen Null geht. Auch die im Verlauf der Querbewegung auf der Radienkoordinate des Rohres zurückzulegende Strecke geht dabei gegen Null.

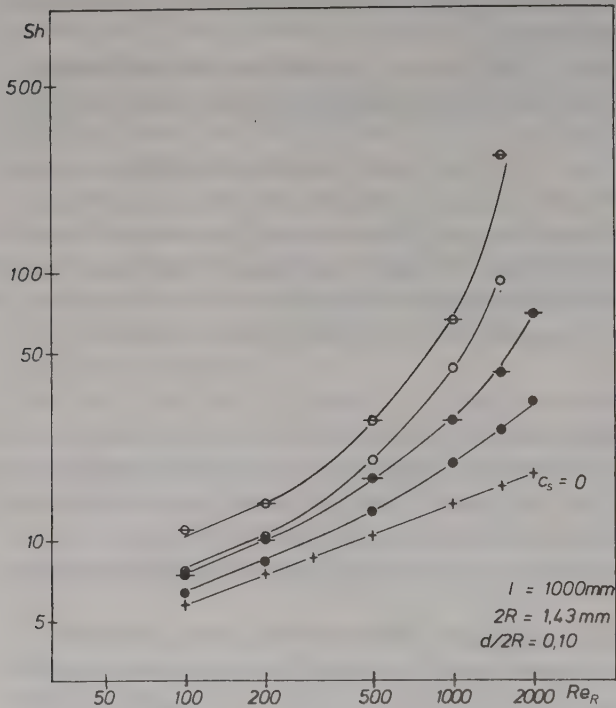


Bild 6-7 Stofftransport in nicht-sedimentierenden entmischten ($\bullet$: $c_s = 1\text{Vol\%}$; $\circ$: $4\text{Vol\%}$) und sich entmischenden ($\bullet$: $c_s = 1\text{Vol\%}$; $\circ$: $4\text{Vol\%}$) Suspensionsströmungen in Abhängigkeit der Rohr-Reynoldszahl.

6.5.2 Die Rolle der mitrotierenden Hüllschicht beim Stofftransportbeitrag von Partikeln, die sich quer zur Hauptströmungsrichtung bewegen

Höhere Reynoldszahlen wirken sich nicht negativ auf den Stofftransportbeitrag der Fest-/Flüssig-Entmischung aus. Dieser Effekt kann anhand des früher postulierten "Verdrängungstransportes" als Ursache der Wandentmischung nicht erklärt werden. Die Modellvorstellung des Stofftransportes über eine zusammen mit dem Teilchen rotierende Hüllschicht bietet hingegen eine plausible Erklärung dafür, daß auch bei hohen Feststoffkonzentrationen und hohen Rohr-Reynoldszahlen ein Einfluß der Entmischungsvorgänge auf den Stoffübergang noch merklich und ohne Schwierigkeiten meßbar ist. Dies ist, geht man von einem "Verdrängungstransport" aus, nur schwer verständlich: Abgesehen nämlich von der sehr kurzen Wand-Entmischungslänge gibt es in diesem Fall kaum noch Partikeln, die der Wandentmischung unterliegen könnten, da alle Partikeln auch nach erfolgter Entmischung in sehr großer Wandnähe transportiert werden und die Dicke der feststofffreien Wandzone gegen den Wert

$$s/R_{\min} \approx 1/2(d/2R)$$

geht. Damit liegt die Folgerung nahe, daß der meßbar bessere Stoffübergang aufgrund der Fest-/Flüssig-Entmischung weniger Ursache der Wandentmischung als vielmehr Ursache der Kernentmischung ist. In diesem Fall aber ist, wie auch schon von Bauckhage und Obermayer /5/ bemerkt, ein Verdrängungsmechanismus zur Erklärung des verbesserten Stofftransportes nicht plausibel; denn ein "Verdrängungstransport" von kernentmischenden Partikeln würde eher rückvermischende, d.h. negative Folgen für den Stoffübergang haben. Andererseits ist es durchaus möglich, die experimentellen Befunde unter Zuhilfenahme der bereits für die stationäre Partikelbewegung beschriebenen Hüllschicht-Modellvorstellung widerspruchsfrei zu erläutern. Eine - wie auch immer geartete - hydrodynamische Grenzschicht sollte ja immer dann existieren, wenn - aufgrund unterschiedlicher Geschwindigkeiten und Geschwindigkeitskomponenten in der strömenden Flüssigkeit einerseits und auf der Oberfläche der mittransportierten Kugel andererseits - die Randbedingung der Fluidhaftung an einer starren Oberfläche sonst nicht zu erfüllen ist. Dies ist in einer Pisseuille-Strömung nach erfolgreichem hydrodynamischen Einlauf an jedem Ort (und nicht nur auf der Gleichgewichtsposition) der Fall (Ausnahme: $r_s \leq d/2$: die Kugel wird in

unmittelbarer Nähe der Rohr-Längsachse transportiert). Gesteht man also dem Feststoffteilchen eine mitrotierende Hüllschicht auch während des Vorgangs der Kernentmischung zu, so sollte das Verhalten der Hüllschicht, insbesondere hinsichtlich ihrer Konzentration an Übergangskomponente, im Verlauf der Entmischung sowie zum Zeitpunkt

a) des Verlassens des zylindrischen Kernbereichs, in dem kein merklicher Konzentrationsgradient auftritt und

b) des Einschwenkens auf die Gleichgewichtsposition das Verständnis ihres Stofftransportbeitrages erleichtern. Im übrigen bietet sich damit die Möglichkeit, Stofftransportvorgänge in Mehrphasenströmungen, die sich durch das Auftreten eines Geschwindigkeitsgradienten auszeichnen, welcher wiederum für die Rotation der beteiligten Partikeln sorgt, allgemein und einheitlich zu beschreiben.

Wenn sich ein Teilchen quer zur Hauptströmungsrichtung durch das Rohr bewegt, wird es über eine größere Rohrlänge, als dies bei einer bereits entmischten Partikel geschieht, innerhalb eines Strömungsbereiches transportiert, in dem die Konzentration der Übergangskomponente noch gleich der Anfangskonzentration c_{f0} ist; es erreicht die Konzentrationsgrenzschicht je nach seiner Entmischungslänge später. Damit sollten die unterschiedlichen Wege der Partikeln durch das Rohr Auswirkungen auf die Konzentrationen der Übergangskomponente innerhalb der Hüllschicht und folglich auch auf die sich zwischen der Hüllschicht und der umströmenden Flüssigkeit einstellenden Konzentrationsgradienten haben.

Konsequenzen der unterschiedlichen Partikelwege durch das Rohr sind in Bild 6-8 skizziert:

- in der rechten Hälfte des Rohrquerschnitts für ein Teilchen, das sich über die gesamte betrachtete Länge auf seinem Gleichgewichtsradius und bereits eine geraume Strecke innerhalb der Diffusionsgrenzschicht (l_g) bewegt;
- in der linken Hälfte dagegen für eines, das erst nach erfolgter Kernentmischung seine Gleichgewichtsposition erreicht hat und soeben in die Diffusionsgrenzschicht eingeschwenkt ist.

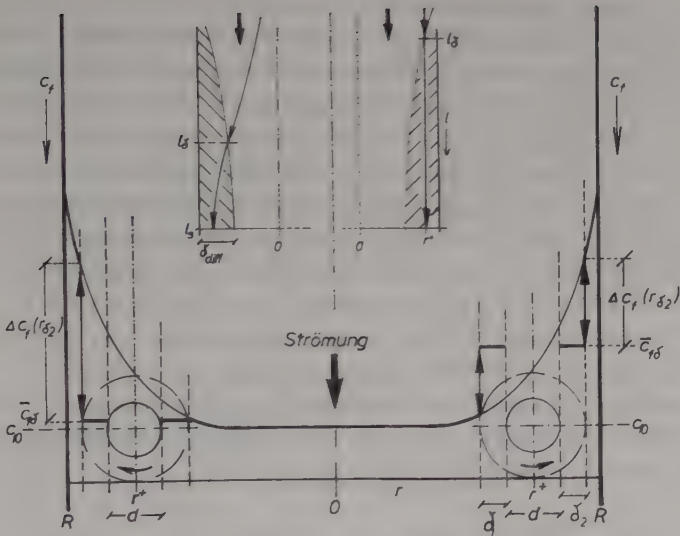


Bild 6-8 Modellvorstellung. Der Einfluß des Partikelweges auf die mittlere Hüllschichtkonzentration und den Konzentrationsgradienten an der Wand: Eine Partikel, die der Fest-/Flüssig-Entmischung unterliegt, weist an der Stelle l_δ eine größere mittlere Hüllschichtkonzentration auf (linke Bildhälfte).

Das "entmischte" Teilchen liefert schon seit dem Erreichen der Länge l_δ einen Beitrag zum Stofftransport, während ein "entmischendes" Teilchen, das an dieser Stelle noch näher an der Rohrmitte transportiert wird, hier noch keinen Stofftransportbeitrag leisten kann. Da sich das entmischte Teilchen schon über eine längere Strecke innerhalb der Diffusionsgrenzschicht bewegt, ist seine mittlere Hüllschichtkonzentration (an Übergangskomponente) im Vergleich zu derjenigen des instationär transportierten Teilchens an der gleichen Stelle niedriger; wohingegen die Partikel, die sich über eine längere Strecke in einem Gebiet bewegt hat, das reich ist an Übergangskomponente, über eine deutlich angereicherte Hüllschicht verfügt. Damit stellen sich zwischen der jeweiligen Wand und den Teilchengrenzschichten unterschiedlich große Konzentrationsgradienten ein, wobei der örtlich große Konzentrationsgradient des Teilchens, das der Kernentmischung unterlag, zu einem örtlich verbesserten diffusiven Transport der Übergangskomponente in Richtung der Membranwand führt, solange, bis die Hüllschichtkonzentrationen der beiden Teilchen sich angeglichen haben.

Die Wirkung der quertransportierten Teilchen beruht also darauf, daß sie - je nach ihrer radialen Rohreintrittsposition - die Gleichgewichtslagen nach unterschiedlichen Strömungslängen, stets aber mit angereicherten Hüllschichten erreichen; sie steigern durch diesen Beitrag die Stoffstromdichte für kurze Zeit vor allem dort, wo sie in der entsprechenden feststofffreien Strömung aufgrund der beträchtlichen Ausdehnung der bereits aufgebauten Diffusionsgrenzschicht niedrig wäre. Damit spielt sicherlich auch die nur geringe Feststoffkonzentrationsabhängigkeit des Mitnahmetransportes in der entmischten Suspension: (vgl. Bild 5-6) eine Rolle dabei, daß der Beitrag entmischender Partikel meßbar ist - es ist ja zu berücksichtigen, daß die Partikel, die sich noch nicht auf der Gleichgewichtslage innerhalb der Diffusionsgrenzschicht befinden, bis zu dieser Länge nichts zum "Mitnahmetransport" beitragen können, wie dies im Gegensatz dazu in der bereits entmischten Strömung geschieht.

6.5.3 Zum Einfluß der Rohrlänge auf den Stofftransport in der nicht-entmischten Suspensionsströmung

Vergleicht man die Meßergebnisse des Stoffübergangs in sich entmischenden Suspensionen bei konstanter Rohr-Reynoldszahl für unterschiedliche Rohrlängen, so stellt man einen Effekt fest, der sich, allerdings in abgeschwächter Form, schon beim Mitnahmetransport in bereits entmischten Suspensionen bemerkbar machte: Der Beitrag der Partikel zum Stofftransport nimmt mit wachsender Rohrlänge dergestalt zu, daß sich die Meßwerte im Diagramm (Bild 6-9 für den Einfluß der Fest-/Flüssig-Entmischung) für verschiedene Rohrlängen bei gleichzeitiger Variation der Rohr-Reynoldszahl im Gegensatz zur feststofffreien Strömung nicht mehr durch eine und dieselbe Kurve darstellen lassen.

Der Effekt ist in der sich entmischenden Suspension deutlicher, da der Beitrag der Partikel-Querbewegung nur bis zu einer bestimmten Rohr-

länge in der Größenordnung der maximalen Entmischungslänge zum Tragen kommt: danach wirkt allein, wie bei der von Anfang an entmischten Suspensionsströmung, der bereits beschriebene Mitnahmetransport durch radial-ortsfest rotierende Partikeln. Demzufolge nähert sich nach dieser Länge (die abhängig ist von der Rohr-Reynoldszahl sowie der Zusammensetzung der Suspension) die Stoffstromdichte wieder dem entsprechenden Wert der bereits entmischten Suspensionsströmung. Die Wirkung unterschiedlicher Rohrlängen ist in Bild 6-9 dargestellt.

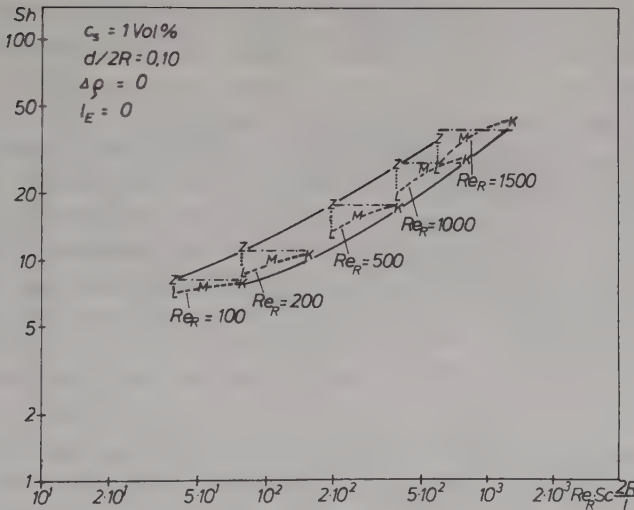


Bild 6-9 Der Einfluß der Rohrlänge auf den Stofftransport in der nicht-entmischten Suspensionsströmung.

Aufgetragen ist der dimensionslose Stoffübergangskoeffizient Sh in Abhängigkeit der reziproken Einlaufkennzahl ($Re_R \cdot Sc \cdot 2R/l$). Die Ergebnisse der Stoffübergangsmessstrecken mit den Längen

- K : $l = 1,0 \text{ m}$
M : $l = 1,5 \text{ m}$
L : $l = 2,0 \text{ m}$
Z : $l = 2 \times 1,0 \text{ m}$ mit einer zwischengeschalteten Mischkammer
für eine Gleichverteilung des Feststoffs
vor dem Eintritt in den 2. Teil der Stoff-
übergangsmeßstrecke

sind jeweils für eine Rohr-Reynoldszahl zusammengefaßt. Es ergibt sich:

1. Praktisch identische Stoffstromdichten erhält man, wenn man die Meßstrecke K durch die Meßstrecke Z ersetzt (strichpunktierte Verbindungslinien -.-.- zwischen den Punkten Z und K, parallel zur Abszisse; $Re_R = \text{const}$): In jeder der beiden Rohrlängen von 1 m findet dann dieselbe Fest-/FlüssigEntmischung statt. Da der Gesamt-Stoffstrom an Übergangskomponente quer zur Hauptströmungsrichtung sehr klein ist gegenüber dem konvektiven Strom in Strömungsrichtung, hat der CO_2 -Verlust in der ersten der beiden 1 m langen Meßstrecken keine meßbaren Auswirkungen auf den Stoffübergang durch den nachgeschalteten Membranschlauch. (Der Abszissenwert der Meßpunkte Z ist wegen der doppelten Länge l halb so groß wie derjenige der Meßpunkte K.)
2. Die Stoffstromdichte, die in der Meßstrecke L erzielt wird, ist gegenüber derjenigen von Z trotz gleicher Gesamtlänge deutlich geringer (punktiierte Verbindungslinien zwischen den Punkten Z und L parallel zur Ordinate; $Re_R = \text{const}$). In jener findet nämlich nur ein einziger Fest-/FlüssigEntmischungsvorgang statt, außerdem besteht nicht wie bei Z die Möglichkeit zu einer Quervermischung des Fluids inklusive der gelösten Übergangskomponente nach der Hälfte der Gesamtlänge.
3. Zwar ist die pauschal erzielte Stoffstromdichte in L und M geringer als in K (bzw. Z)(unterbrochen gezeichnete Kurven - - - verbinden die Meßpunkte L, M und K; $Re_R = \text{const}$); da aber der Beitrag der

Partikeln mit wachsender Rohrlänge aufgrund der wachsenden Dicke der Diffusionsgrenzschicht zunimmt, ist sie nicht so weit erniedrigt, wie es in der feststofffreien Strömung der Fall ist: Zwar sinkt die Stoffstromdichte wegen der mit der wachsenden Rohrlänge zunehmenden Dicke der Diffusionsgrenzschicht, im Gegenzug wächst jedoch der Stofftransportbeitrag der Partikeln.

4. Verbindet man alle Meßpunkte M, so zeigt sich die Kurve $Sh(Re_R Sc 2R/l)$ für die Meßstrecke M zu höheren Stoffstromdichten verschoben. Kaum einen zusätzlichen Effekt erhält man hingegen für die Meßstrecke L. Beides mag damit zusammenhängen, daß die stoffübergangserhöhende Wirkung der Kernentmischung nach einer Membranschlauchlänge von 1,50 m endgültig wegen der nunmehr abgeschlossenen Fest-/Flüssig-Entmischung nicht mehr zum Tragen kommen kann.

Fazit: Die Längenabhängigkeit des Stoffübergangs in nicht-entmischten Suspensionsströmungen läßt sich an zwei unterschiedlichen Ursachen festmachen: Zum einen ist der Beitrag einer Partikel abhängig vom Grad der Wandannäherung und vom dort herrschenden Konzentrationsgradienten, er nimmt also mit wachsender Rohrlänge zu. Diese Feststellung gilt auch für bereits entmischte Partikeln, die stationär auf ihren Gleichgewichtspositionen transportiert werden. Zum zweiten ist der Beitrag kernentmischender Partikeln um so größer, je mehr Partikeln große Entmischungslängen aufweisen und ihre wandnahe Gleichgewichtsposition bei einer Rohrlänge erreichen, die schon durch einen hohen Wert des Konzentrationsgradienten an eben dieser Stelle ausgezeichnet ist. Auf diese Weise erklärt sich das günstige Stoffübergangsverhalten der Meßstrecke M.

6.5.4 Instationäre Partikel-Querbewegung und Schlupf in der waagrechten Rohrströmung sedimentierender Suspensionen

Das Bewegungsverhalten sedimentierender Partikeln in der waagrechten Rohrströmung stellt sich komplizierter dar. Allgemein gilt: Die Partikeln entmischen sich wie auch in der vertikalen Rohrströmung zunächst auf den Gleichgewichtsradius hin, der aber, je nach der Dichtedifferenz zwischen Feststoff und Fluid sowie der Strömungsgeschwindigkeit, verzerrt sein kann. Die "Gleichgewichts"-positionen der Partikeln sind dann in der oberen Rohrhälfte leicht zum Strömungskern hin, in der unteren Rohrhälfte in Richtung der Rohrwand verlagert. Mit wachsender Rohrlänge nimmt die Feststoffkonzentration in der unteren Rohrhälfte zu, während die obere Rohrhälfte an Feststoff verarmt.

Die Stoffübergangsmessungen wurden mit vorgeschalteter Einlaulänge ($l_E = 1,0 \text{ m}$) gefahren, so daß der Einfluß von Partikel-Querbewegungen analog der Fest-/Flüssig-Entmischung im vertikalen Rohr weitgehend ausgeschaltet war. Es interessierte lediglich, inwieweit die Partikel-Querbewegung aufgrund der Sedimentation für eine Verbesserung des Stofftransportes in der waagrechten Suspensionsströmung verantwortlich zu machen sei.

Die Ergebnisse der Versuche wurden bereits anhand von Bild 5-8 diskutiert und lassen sich durch die Modellvorstellung des Stofftransportes über die mitrotierende hydrodynamische Grenzschicht ergänzen. Die im waagrechten und im vertikalen Rohr ermittelten Stoffstromdichten unterscheiden sich nicht wesentlich voneinander, die Abweichungen liegen im Rahmen der Fehlergrenzen. Damit liegt nahe, daß die langsame Sedimentation auf der Gleichgewichtsposition bei gleichzeitigem Transport in Strömungsrichtung keinen wesentlich anders gearteten Einfluß auf den Stofftransport quer zur Hauptströmungsrichtung ausübt. Dies leuchtet ein, wenn man bedenkt, daß sich das örtliche Konzentrationsprofil, auf das die rotierende Kugel einwirkt, allein durch eine Drehbewegung um die Rohrachse erst einmal nicht ändert. Damit ist letzterer eine ähnliche Wirkung für den Stofftransport zuzuschreiben wie dem Partikelschlupf in der vertikalen Rohrströmung sedimentierender Partikeln. - Dies gilt für solche Werte von $\Delta \rho$ und Re_R , bei denen die resultierende Gewichtskraft die entmischenden Querkräfte nicht übersteigt (oder zumindest von gleicher Größenordnung ist).

Obwohl die Meßergebnisse der waagrechten und vertikalen Rohrstrecken aufgrund der Fehlergrenzen nicht zu unterscheiden sind, fällt auf, daß - vor allem bei höheren Werten der Partikel-Reynoldszahl Re_d und bei kleineren Werten der Rohr-Reynoldszahl Re_R - die in der waagrechten Versuchsstrecke gemessenen Stoffstromdichten tendenziell niedriger ausfallen. Dies mag damit zusammenhängen, daß während der Partikel-sedimentation in Richtung der unteren Rohrwand die einwandfreie Teilchenrotation gestört sein kann, was sich nach der beschriebenen Modellvorstellung des Stofftransportbeitrages einer inerten rotierenden Kugel nachteilig auf den Gesamtstoffübergang auswirken sollte; es kommt hinzu, daß sich die Feststoffkonzentrationen örtlich sehr stark voneinander unterscheiden können (s. Bild 4-5).

7. Zusammenfassung

Die Tatsache, daß ein inertes kugelförmiges Teilchen in einer laminaren Rohrströmung befähigt ist, einen positiven Stofftransportbeitrag quer zur Hauptströmungsrichtung zu leisten, wurde allein auf seine rotierende Eigenbewegung um eine Achse normal zur Hauptströmungsrichtung und senkrecht zur Radialkoordinate durch den Teilchenmittelpunkt zurückgeführt. Innerhalb einer hydrodynamischen Grenzschicht, die das kugelförmige Feststoffteilchen umschließt und zusammen mit ihm rotiert, findet konvektiver Stofftransport in Richtung der Rohrwand statt. Diese Grenzschicht ergibt sich aus der Randbedingung des Haftens der Flüssigkeit auf der Partikeloberfläche. Das rotierende Teilchen weist dann eine Winkelgeschwindigkeit auf

$$\omega_s \approx \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| = \frac{u_0}{R} \frac{r^+}{R},$$

die nur dem halben Wert des örtlichen Schergradienten an der Stelle r^+/R des Kugelmittelpunktes entspricht. Konvektiver Stofftransport quer zur Hauptströmungsrichtung findet so im Bereich der konzentrischen feststoffführenden Ringzone um den Gleichgewichtsradius statt.

Dieser konvektive Transportvorgang führt nur dann zu einem verstärkten Stofftransport in Richtung der Rohrwand, wenn er sich in Strömungsbereichen abspielt, die durch das Auftreten von Konzentrationsgradienten charakterisiert sind. Nur wenn sich die Konzentration der Übergangskomponente über die Oberfläche einer rotierenden Kugel bzw. ihrer mitrotierenden Grenzschicht im Fluid ändert, bilden sich zwischen der Kugel und der Rohrachse einerseits und zwischen ihr und der Rohrwand andererseits neue Konzentrationsgradienten aus, die zum verstärkten Transport durch Diffusion in Richtung der abnehmenden Konzentration, d.h. der Rohrwand, wirken. Da bei hohen Schmidtzahlen (Größenordnung 10^3) die Geschwindigkeit konvektiv-diffusiver Transportvorgänge durch die Diffusion bestimmt ist, spielen neben dem Diffusionskoeffizienten die Konzentrationsgradienten über die Kugeloberfläche bzw. die Oberfläche der Teilchengrenzschicht die entscheidende Rolle.

Damit bewirkt eine rotierende Kugel eine örtliche Reduzierung der Diffusions- oder Konzentrationsgrenzschicht an der Wand, innerhalb

derer allein merkliche Konzentrationsgradienten in der Strömung auftreten.

Im einfachsten Fall bewegen sich die Feststoffpartikeln stationär auf radial ortsfesten Gleichgewichtspositionen durch das Rohr; dabei weisen sie die Längsgeschwindigkeit

$$u_s \approx u(r^+/R) = u_0 (1 - r^{+2}/R^2)$$

auf. Das Auftreten von Relativgeschwindigkeiten zur Flüssigkeit (Schlupf) ist zu vernachlässigen, solange die Partikeln klein sind und ihre Dichte mit der Flüssigkeitsdichte identisch ist. Die über die Oberfläche der Grenzschicht gebildeten Konzentrationsgradienten dc/dr nehmen mit wachsender Rohrlänge zu, da die Konzentration der Übergangskomponente an der Rohrwand durch den Permeationsvorgang laufend abnimmt; damit wachsen auch die Konzentrationsgradienten innerhalb der Konzentrationsgrenzschicht. Da der Stoffübergang nunmehr zunehmend durch molekulare Diffusion bestimmt ist, wächst der relative Beitrag des Teilchens mit zunehmender Rohrlänge.

Die sich zwischen der mitrotierenden Partikelgrenzschicht und dem umströmenden Fluid einstellenden Konzentrationsgradienten sind nicht allein von der Konzentration der Übergangskomponente jenseits dieser Grenzschicht, sondern auch von ihrer Konzentration innerhalb der Grenzschicht abhängig. Diese ist nicht nur eine Funktion der momentanen Konzentrationsverteilung in der umströmenden Flüssigkeit, sondern bestimmt von der Vorgeschichte der Partikelbewegung durch das längenabhängige Konzentrationsprofil. Dies muß aus den Versuchsergebnissen geschlossen werden, die auf Bedingungen basierten, aufgrund derer Partikeln gezwungen waren, sich auf unterschiedlichen Wegen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten durch die Meßstrecke zu bewegen.

Für die untersuchten schwach sedimentierenden Partikeln ($Re_d \leq 0,185$) gelten noch die Stokes'schen Gesetze der Umströmung einer Kugel. Trotzdem liefern diese ($Re_d > 0,035$) bei demselben Wert des Verhältnisses der feststofffreien Wandzone und des Teilchendurchmessers, $(s/R) (d/2R)^{-1}$, wie nicht-sedimentierende Teilchen einen größeren Beitrag zum Stoffübergang als Partikeln, die die Fluid-dichte aufweisen. Dieser Effekt ist damit zu interpretieren, daß geringfügig veränderte Umströmungsbedingungen offensichtlich die Kon-

zentration innerhalb der mitrotierenden Grenzschicht positiv beeinflussen. Die entstehenden Konzentrationsgradienten sind nicht nur deshalb größer als bei einem nicht-sedimentierenden Teilchen nach der Rohrstrecke 1, weil das sedimentierende Teilchen näher an der Rohrwand transportiert wird. Eine differenziertere Interpretation ist erst nach dem Vorliegen eindeutigerer Informationen über Einzelheiten der Bewegungsvorgänge solcher Partikel möglich.

Diese Auffassung wird durch die experimentellen Stoffübergangsergebnisse bestätigt, wobei kapazitive Effekte der Teilchengrenzschicht für die zusätzliche Stoffübergangserhöhung in sich erst noch entmischenden Suspensionsströmungen verantwortlich zu machen sind. Während bisher die transportsteigernde Wirkung einem Flüssigkeits-Verdrängungsmechanismus durch sich quer zur Strömungsrichtung bewegende Partikeln zugeschrieben wurde, liegt es näher, auch diesen Effekt mit der Wirkung einer mitrotierenden hydrodynamischen Grenzschicht zu interpretieren. Einen signifikanten Transportbeitrag liefern dann Partikeln, die sich rotierend vom Kern der Strömung auf ihre Gleichgewichtsposition hin bewegen. Für solche Teilchen, die aufgrund der Entmischung erst nach dem Durchlaufen einer beachtlichen Rohrlänge die wandnahe Gleichgewichtsposition erreichen, ändern sich die relevanten Konzentrationen über ihrem Entmischungsweg wesentlich abrupter als dies für Partikeln der Fall ist, die über die gleiche Rohrlänge auf der radialen Gleichgewichtsposition transportiert wurden. (Dies ist letztlich eine Folge des kleinen Diffusionskoeffizienten bzw. der großen Schmidtzahlen in Flüssigkeiten bzw. in flüssigen Lösungen). Die Geschwindigkeit der Konzentrationsänderung über dem Weg des Teilchens in der Strömung beeinflusst die effektive Konzentration der Übergangskomponente in der Teilchen-Grenzschicht und damit die Konzentrationsgradienten dc/dr über die Grenzschichtoberfläche.

Auch in der waagrechten Suspensions-Rohrströmung unterliegen sedimentierende Feststoffpartikeln Querbewegungen, die sich - im Unterschied zur Fest-/Flüssig-Entmischung - allerdings im wesentlichen auf dem (wenn auch etwas verzerrten) Gleichgewichtsradius abspielen. Als Ergebnis findet man eine Stoffübergangserhöhung, die praktisch identisch ist mit derjenigen in der entsprechenden vertikalen Rohrströmung; damit spielen Querbewegungen in Richtung der unteren Rohrhälfte gegenüber der Fest-/Flüssig-Entmischung offensichtlich nur eine untergeordnete Rolle. Im vorigen Abschnitt wurde erläutert, daß die

Veränderung des längenabhängigen Konzentrationsprofils über dem Weg des rotierenden Teilchens seinen Stoffübergangsbeitrag wesentlich bestimmt. In diesem Sinne verhalten sich die relevanten Konzentrationsgradienten bei einer Partikel-Querbewegung auf dem Gleichgewichtsradius, also einer Rotationsbewegung um die Rohrachse, in erster Näherung wie bei der reinen Längsbewegung im vertikalen Rohr. Damit ist nicht die Partikelbewegung quer zur Hauptströmungsrichtung maßgeblich am Stoffübergang in der Suspensionsströmung beteiligt, sondern in erster Linie die (Geschwindigkeit der) Änderung von dc/dr über den Weg des Teilchens.

Abschließend ist festzustellen, daß sowohl für eine notwendige theoretische Analyse des vorliegenden Stoffübergangsproblems als auch für eine endgültige Bewertung der Transportverhältnisse in der unmittelbaren Umgebung einer Partikel eingehendere theoretische und experimentelle Informationen über das Bewegungsverhalten der Partikeln in der untersuchten realen (berandeten) Strömung dringend erforderlich sind. Wie bei allen Stoff-(und Wärme-)transportvorgängen in fluiden Systemen kommt man nicht umhin, das im Fall dieser Mehrphasenströmung komplexe Bewegungsverhalten zur Grundlage weitergehender Analysen zu machen. Zur künftigen Herangehensweise liefert die vorliegende Arbeit eine Gliederung; sie liefert Ansätze, Schwerpunkte und - vor allem - genügend neue offene Fragen.

Literatur

- /1/ R.E. Collingham, Ph.D. Thesis, University of Minnesota, Minn. 1968
- /2/ R.E. Collingham, P.L. Blackshear, E.R.G. Eckert;
4th Int. Heat Conf., Paris/Versailles, Paper 2.2 (1970)
- /3/ A.S. Ahuja, J. Appl. Phys. 51, 1(1980), 791 - 5
- /4/ C.A. Brandon, D.G. Thomas, 4th Int. Heat Conf.,
Paris/Versailles, Paper CT 2.1 (1970)
- /5/ K. Bauckhage, A. Obermayer, Chem. Ing. Tech. 52, 8 (1980)
- /6/ J. Postlethwaite, D.N. Holder, Can. J. Chem. Eng. 53 (1975),
31 -5
- /7/ J. Postlethwaite, D.N. Holder, Can. J. Chem. Eng. 54 (1976),
255 - 258
- /8/ K.H. Keller, Fed. Proc. 30, 5 (1971), 1591 - 9
- /9/ K.H. Keller, S.K. Friedlander, J. Gen. Physiol. 49 (1966),
663 - 79
- /10/ G.C. Hsu, R.G. Lindgren, Y.C. Chung, W.H. Corcoran,
AIChE J. 22, 4 (1976), 691 -5
- /11/ F. Villaroel, C.E. Lanham, K.B. Bishoff, T.M. Regan,
J.M. Calkins, Adv Bioeng: Chem. Eng. Progr. Symp. Ser.
67, 114 (), 96 - 104
- /12/ W. Shay, D. Shutz, V.L. Shah, Letters Heat Mass Transfer 2
(1975), 237 - 46
- /13/ P. Stroeve, C.C. Colton, K.A. Smith, AIChE J. 22, 6
(1976), 1133 - 41

- /14/ C.C. Colton, R.F. Drake, Adv. Bioeng.: Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 67, 114 (1971), 88 - 95
- /15/ C.C. Colton, K.A. Smith, P. Stroeve, E.W. Merrill, AIChE J. 17, 4 (1971), 773 - 780
- /16/ R.M. Navari, J.L. Gainer, O.L. Updike, I & EC Fundamentals 8, 4 (1969)
- /17/ T. Ariman, M.A. Turk, N.D. Sylvester, J. Appl. Mech. 1 (1974) 1 - 7
- /18/ W.A. Hyman, ASME-Papers 73-WA-BIO-4, Winter Ann. Meeting, Detroit 1973
- /19/ R.J. Forstrom, P.L. Blackshear, P. Keshaviah, F.D. Darman, Adv. Bioeng: Chem. Eng. Progr. Symp. Ser. 67, 114 (1971), 69 - 74
- /20/ R.C. Jeffrey, J.R. Pearson, J. Fluid Mech. 22, 4 (1962) 721 - 735
- /21/ R.C. Jeffrey, Ph.D.Thesis, University of Cambridge, 1964
- /22/ G. Segré, A. Silberberg, J. Fluid Mech. 14, 115 (1962), 136
- /23/ K. Bauckhage, Dissertation, TU Clausthal 1973
- /24/ G.K. Batchelor, J. Fluid Mech. 95, 2 (1979), 369 - 400
- /25/ G.G. Poe, A. Acrivos, Int. J. Multiphase Flow 2 (1976), 365 - 77
- /26/ A. Acrivos, J. Fluid Mech. 46 (1971), 233 - 240
- /27/ A. Singh, Ph.D.Thesis, University of Minnesota, Minn. 1968
- /28/ V. Levich, Physicochemical Hydrodynamics, Prentice-Hall 1962
- /29/ S.T. Hwang, G.D. Strong, J. Polym. Sci.: Symp. 41, (1973), 17 - 22

- /30/ A. Einstein, Ann. Phys. 19 (1906) u. 24 (1911), 289
- /31/ G.K. Batchelor, An Introduction to Fluid Dynamics,
Cambridge Univ. Press, Cambridge 1967
- /32/ J. Happel, H. Brenner, Low Reynolds Numer Hydrodynamics,
Prentice Hall 1965
- /33/ H.S. Harned, R. Davies Jr., J. Am. Chem. Soc. 65 (1943)
2030 - 7
- /34/ R.M. Barrer, H.T. Chio, J. Polym. Sci, PartC, 10 (1965),
111 - 138
- /35/ J. Crank, G.S. Park, in: Diffusion in Polymers,
Academic Press, London 1968
- /36/ S.T. Hwang, Th.S. Tang, K. Kammermeyer, J. Macromol.
Sci.-Phys. B5 (1)(1971), 1
- /37/ S.T. Hwang, G.D. Strong, J. Polym. Sci., Symp. 41 (1973),
17 - 22
- /38/ N. Minoura, S. Tami, T. Nakagawa, J. Appl. Sci. 22 (1978),
833 - 6
- /39/ W.L. Robb, Gen. Electric Co., Chem.&Med. Div., Schenectady,
Ny, Res. Lab, Bull. 7 (1964 - 65)
- /40/ G. Schulz, U. Werner, VT 16, 4 (1982), 244 - 6
- /41/ J.A. Barrie, H.G. Spencer, in: Diffusion in Polymers,
Academic Press, London 1968
- /42/ A. Obermayer, Diplomarbeit, TU Clausthal
- /43/ Cotton/Wilkinson, Anorganische Chemie, Verlag Chemie,
Weinheim 1982
- /44/ M. Schmidt, Anorganische Chemie, BI-Wissenschaftsverlag,
Mannheim 1967

- /45/ A. Obermayer, Privatmitteilung; Dissertation, Bremen 1985
- /46/ K. Stephan, Chem. Ing. Tech. 31, 12 (1959), 773 - 8
- /47/ J. Happel, H. Brenner, J. Fluid Mech. 4 (1958), 194 - 213
- /48/ R. Simha, Kolloid Z. 76, 1 (1936), 16 - 8
- /49/ H.C. Goldsmith, S.G. Mason, J. Kolloid Sci. 17 (1962), 448 - 76
- /50/ G. Segr , Symp. of Biorheologie, 4th Congress (1963)
- /51/ W.M. Price, Ph.D. Thesis, University College of Wales 1969, Aberystwyth
- /52/ P. Sand, Dissertation, TH Aachen 1963
- /53/ H. Brauer, Stoffaustausch einschließlich chemischer Reaktionen, Sauerländer, Aarau und FfM 1971
- /54/ M. Lévêque, Ann. Mines 12 (1928), 201 - 99
- /55/ H. Hausen, Allg. W rmetechn. 9, 415 (1959), 75 - 9
- /56/ K. Bauckhage, Chem. Ing. Techn. 54, 9 (1982), 844 - 5
- /57/ A. Budo, Theoretische Mechanik, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1969
- /58/ B. Haase, K. Bauckhage, VDI Bericht 545 (1984), 743 - 63
- /59/ W.W. Kafarov, Grundlagen der Stoffübertragung, Akademie-Verlag Berlin 1977
- /60/ K. Bauckhage, Chem. Ing. Techn. 55, 9 (1983), 734
- /61/ R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot, Transport Phenomena, John Wiley & Sons, Inc., New York u. London 1960

A.	<u>Anhang</u>	
A.1	Zusammenstellung der Meßergebnisse	1
A.2	Fehlerrechnung	11
A.3	Zur Definition des Stoffübergangskoeffizienten	14
A.4	Zur reibungsfreien Umströmung des rotierenden ebenen Zylinders in einem ebenen parabolischen Geschwindigkeits- profil	15
A.5	Die Oberflächengeschwindigkeiten einer rotierenden Kugel im Vergleich zur Geschwindigkeitsverteilung der ungestör- ten Laminarströmung	19
A.5	Vergleich der Meßdaten von Singh-Ahuja und Obermayer mit den eigenen Werten	23

A 1 Zusammenstellung der Meßergebnisse

Re_R	p_g/p_{f0} 10^3	Sh_0	p_g/p_{f0} 10^3	Sh_0	p_g/p_{f0} 10^3	Sh_0
10	-	-	-	-	1,09	3,8
20	-	-	-	-	1,64	4,1
50	-	-	-	-	2,36	5,0
100	1,82	5,3	1,86	5,8	2,75	5,5
200	2,08	6,3	2,10	7,6	3,10	6,4
300	2,22	7,3	2,27	8,7	3,33	7,5
500	2,39	8,9	2,30	3,10* 10,5	3,60	9,1
1000	2,66	12	2,72	3,47* 14	3,93	12
1500	-	-	2,88	3,62* 16	4,15	14
2000	-	-	2,98	3,80* 18		
3000	-	-		3,94* 95*		
4000	-	-		4,05* 130*		
5000	-	-		4,06* 190*		

$$\begin{array}{lll}
 c_s = 0 & c_s = 0 & c_s = 0 \\
 Sc = 500 \text{ (Süßwasser)} & Sc = 550 \text{ (Salzwasser)} & Sc = 550 \\
 2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3} \\
 & 2R/l = 2,45 \cdot 10^{-3} &
 \end{array}$$

Tabelle A 1-1: Stoffübergang in der feststofffreien Rohrströmung
(Meßergebnisse)

Re_R	$\frac{s}{R}$	$\frac{p_g/p_{f0}}{10^3}$	Sh_s	$C_d^*)$	$\frac{p_g/p_{f0}}{10^3}$	Sh_s	C_d	$\frac{p_g/p_{f0}}{10^3}$	Sh_s	C_d	$\frac{p_g/p_{f0}}{10^3}$	Sh_s	C_d
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	-	2,23	8,2	0,14	3,28	7,7	0,22	2,40	10	0,21	3,46	9,1	0,28
200	-	2,52	10,2	0,10	3,75	9,7	0,15	2,72	13	0,16	3,96	12	0,20
300	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
500	-	2,93	16	0,09	4,37	15	0,12	3,14	21	0,14	4,63	20	0,16
1000	-	3,22	23	0,08	4,83	23	0,12	3,47	36	0,13	5,10	35	0,16
1500	-	3,40	31	0,09	5,10	32	0,12	3,66	58	0,13	5,45	60	0,16
2000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

$$\begin{array}{cccc}
 Sc = 600 & Sc = 600 & Sc = 600 & Sc = 600 \\
 2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3} \\
 l_E = 150 \text{ cm} & l_E = 100 \text{ cm} & l_E = 0 & l_E = 0
 \end{array}$$

Tabelle A 1-2: Stoffübergang in Suspensionsströmungen;

$$\begin{array}{l}
 c_s = 0,5 \text{ Vol\%}; d/2R = 0,35; \angle \varphi = 0 \\
 *)_{\text{mit: } C_d} = \frac{1}{d/2R} (1/Sh_0 - 1/Sh_s)
 \end{array}$$

Re_R	$\frac{s}{R}$	p_g/p_{f0}			p_g/p_{f0}			p_g/p_{f0}			Sh_s		C_d
		10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d
10	0,23	-	-	-	1,34	3,9	0,27	-	-	-	-	-	-
20	0,23	-	-	-	1,75	4,4	0,33	-	-	-	-	-	-
50	0,24	-	-	-	2,40	5,1	0,37	-	-	-	-	-	-
100	0,21	1,88	6,4	0,16	2,83	6,2	0,37	2,02	-	7,6	-	0,41	-
200	0,16	2,18	8,4	0,13	3,33	8,4	0,37	2,34	-	10,5	-	0,34	-
300	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
500	0,11	2,59	13	0,18	3,98	13	0,35	2,78	-	17	-	0,36	-
1000	0,08	2,89	22	0,21	4,47	21	0,39	3,11	-	28	-	0,37	-
1500	-	3,08	30	0,24	4,76	26	0,40	3,30	-	40	-	0,39	-
2000	-	3,20	33	0,26	-	-	-	3,46	3,92*	70	85*	0,42	0,38*
3000	-	-	-	-	-	-	-	-	4,06*	-	220*	-	0,06*
4000	-	-	-	-	-	-	-	-	4,12*	-	300*	-	0,05*
5000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

$$\begin{array}{lll}
 Sc = 610 & Sc = 610 & Sc = 610 \\
 2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3}; * 2R/l = 2,45 \cdot 10^{-3} \\
 l_E = 150 \text{ cm} & l_E = 100 \text{ cm} & l_E = 0
 \end{array}$$

Tabelle A 1-3: $c_s = 1 \text{ Vol\%}$; $d/2R = 0,10$; $\angle \varphi = 0$

Re_R	p_g/p_{f0} 10^3	Sh_s	C_d	p_g/p_{f0} 10^3	Sh_s	C_d	p_g/p_{f0} 10^3	Sh_s	C_d
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	3,03	7,5	0,48	3,73	6,7	0,43	3,77	7,9	0,46
200	3,52	10	0,56	4,32	8,3	0,49	4,43	10,7	0,41
300	-	-	-	-	-	-	-	-	-
500	4,14	16	0,51	5,10	12	0,41	5,31	17	0,38
1000	4,61	26	0,46	5,69	19	0,41	5,97	27	0,36
1500	4,91	33	0,43	6,04	25	0,40	6,34	35	0,36
2000	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3000	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4000	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5000	-	-	-	-	-	-	-	-	-

$Sc = 610$
 $2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3}$
 $l_E = 0$

$Sc = 610$
 $2R/l = 0,72 \cdot 10^{-3}$
 mit $l = 200 \text{ cm}$
 $l_E = 0$

$Sc = 610$
 $2R = 0,72 \cdot 10^{-3}$
 mit $l = 2 \times 100 \text{ cm}$
 $l_E = 0$

Tabelle A 1-3: Fortsetzung

Re_R	$\frac{s}{R}$	$\frac{p_g/p_{f0}}{10^3}$	Sh_s	C_d	$\frac{p_g/p_{f0}}{10^3}$	Sh_s	C_d	$\frac{p_g/p_{f0}}{10^3}$	Sh_s	C_d	$\frac{p_g/p_{f0}}{10^3}$	Sh_s	C_d
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50	0,23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	0,20	2,04	7,8	0,32	3,08	7,9	0,39	2,32	11,4	0,60	3,33	10,4	0,61
200	0,16	2,34	10,5	0,24	2,57	10,2	0,44	2,56	13	0,58	3,80	13	0,44
300	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
500	0,10	2,73	16	0,22	4,17	16	0,35	2,92	21	0,34	4,42	22	0,35
1000	0,07	3,00	26	0,21	4,58	23	0,33	3,19	40	0,31	4,91	34	0,33
1500	-	3,16	30	0,21	4,85	30	0,34	3,33	50	0,30	5,15	40	0,34
2000	-	3,27	38	0,21				3,46	70	0,30			
3000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

$Sc = 610$ $Sc = 610$ $Sc = 610$ $Sc = 610$
 $2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3}$ $2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3}$ $2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3}$ $2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3}$
 $l_E = 150cm$ $l_E = 100cm$ $l_E = 0$ $l_E = 0$

Tabelle A 1-4: $c_s = 1 \text{ Vol\%}$; $d/2R = 0,14$; $\Delta p = 0$

Re_R	$\frac{s}{R}$	p_g/p_{f0} 10^3	Sh_s	C_d	p_g/p_{f0} 10^3	Sh_s	C_d	p_g/p_{f0} 10^3	Sh_s	C_d	p_g/p_{f0} 10^3	Sh_s	C_d
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	-	2,29	8,7	0,16	3,31	7,9	0,11	2,46	10,8	0,23	3,60	10,6	0,17
200	-	2,61	11	0,14	3,81	10,2	0,17	2,78	14	0,18	4,15	14	0,25
300	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
500	-	3,02	17	0,11	4,44	16	0,13	3,22	24	0,15	4,83	25	0,20
1000	-	3,31	27	0,10	4,92	26	0,13	3,57	56	0,15	5,36	47	0,19
1500	-	3,52	40	0,11	5,19	37	0,13	3,75	80	0,14	5,68	100	0,19
2000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

$Sc = 610$ $Sc = 610$ $Sc = 610$ $Sc = 610$
 $2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3}$ $2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3}$ $2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3}$ $2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3}$
 $l_E = 150cm$ $l_E = 100cm$ $l_E = 0$ $l_E = 0$

Tabelle A 1-5: $c_s = 1 \text{ Vol\%}$; $d/2R = 0,35$; $\Delta\varphi = 0$

Re_R	$\frac{s}{R}$	p_g/p_{f0}			p_g/p_{f0}			p_g/p_{f0}			p_g/p_{f0}		
		10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d
50	0,17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	0,14	2,02	7,6	0,41	2,92	6,8	0,35	2,10	8,4	0,53	3,11	8,2	0,60
200	0,11	2,34	10,2	0,34	3,46	9,4	0,50	2,45	12	0,47	3,60	10,8	0,64
300	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
500	0,06	2,78	17	0,36	4,16	16	0,48	2,89	20	0,45	4,33	20	0,60
1000	0,05	3,11	28	0,37	4,69	30	0,51	3,24	46	0,46	4,91	34	0,63
1500	-	3,30	52	0,39	4,99	42	0,54	3,46	120	0,48	5,23	71	0,65
2000	-	3,46	62	0,40	-	-	-	3,60	150	0,49	-	-	-

Tabelle A 1-6: $c_s = 2 \text{ Vol\%}$; $d/2R = 0,10$; $Sc = 630$; $\angle \varphi = 0$

Re_R	$\frac{s}{R}$	p_g/p_{f0}			p_g/p_{f0}			p_g/p_{f0}			p_g/p_{f0}		
		10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d
50	0,16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	0,13	2,13	8,7	0,41	3,13	8,3	0,44	2,48	15	0,76	3,41	12	0,67
200	0,10	2,45	12	0,33	3,63	11	0,47	2,73	17	0,53	3,93	16	0,66
300	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
500	0,06	2,83	18	0,29	4,28	19	0,40	3,08	28	0,43	4,58	28	0,53
1000	0,05	3,11	34	0,31	4,77	35	0,40	3,35	72	0,38	5,07	51	0,51
1500	-	3,30	50	0,38	5,02	40	0,40	3,52	90	0,37	5,37	100	0,49
2000	-	3,43	70	0,30	-	-	-	3,87	200	0,38	-	-	-

$$2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3} \quad 2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3} \quad 2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3} \quad 2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3}$$

$$l_E = 150\text{cm} \quad l_E = 100\text{cm} \quad l_E = 0 \quad l_E = 0$$

Tabelle A 1-7: $c_s = 2 \text{ Vol\%}$; $d/2R = 0,14$; $Sc = 630$; $\angle \varphi = 0$

Re_R	$\frac{s}{R}$	$\frac{p_g}{p_{f0}}$			$\frac{p_g}{p_{f0}}$			$\frac{p_g}{p_{f0}}$			$\frac{p_g}{p_{f0}}$		
		10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d	10^3	Sh_s	C_d
50	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	-	2,34	9,4	0,19	3,37	8,4	0,18	2,52	12	0,25	3,72	12	0,29
200	-	2,67	12	0,15	3,88	11	0,18	2,87	16	0,20	4,25	16	0,27
300	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
500	-	3,08	19	0,09	4,54	18	0,15	3,34	30	0,12	4,98	32	0,22
1000	-	3,40	32	0,12	5,04	30	0,15	3,72	85	0,17	5,51	80	0,12
1500	-	3,57	39	0,08	5,33	50	0,11	3,93	300	0,12	5,86	300	0,18
2000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

$$\begin{array}{cccc}
 2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3} \\
 l_E = 150\text{cm} & l_E = 100\text{cm} & l_E = 0 & l_E = 0
 \end{array}$$

Tabelle A 1-8: $c_s = 2 \text{ Vol\%}$; $d/2R = 0,35$; $Sc = 630$; $\angle\varphi = 0$

Re_R	$\frac{s}{R}$	$\frac{p_g}{p_{f0}}$ 10^3	Sh_s	C_d	$\frac{p_g}{p_{f0}}$ 10^3	Sh_s	C_d	$\frac{p_g}{p_{f0}}$ 10^3	Sh_s	C_d	$\frac{p_g}{p_{f0}}$ 10^3	Sh_s	C_d
50	0,16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	0,11	2,04	7,5	0,44	3,03	7,5	0,48	2,29	11	0,82	3,24	9,4	0,75
200	0,08	2,43	11	0,36	3,63	11	0,66	2,56	14	0,59	3,82	14	0,83
300	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
500	0,05	2,89	19	0,45	4,31	19	0,58	3,08	28	0,60	4,55	27	0,73
1000	0,04	3,30	38	0,50	4,82	38	0,58	3,43	80	0,58	5,12	70	0,73
1500	-	3,52	72	0,52	5,10	72	0,59	3,65	200	0,59	5,45	150	0,70
2000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabelle A 1-9: $c_s = 4 \text{ Vol\%}$; $d/2R = 0,10$ $Sc = 650$; $\angle \varphi = 0$

50	0,12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	0,11	2,21	9,8	0,50	3,22	9,2	0,52	2,56	16	0,80	3,52	13	0,75
200	0,08	2,53	13	0,40	3,71	12	0,53	2,83	21	0,60	4,03	18	0,71
300	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
500	0,05	2,97	23	0,37	4,39	22	0,46	3,19	36	0,48	4,73	37	0,50
1000	0,04	3,30	44	0,36	4,91	46	0,45	3,46	115	0,43	5,18	76	0,54
1500	-	3,49	93	0,52	5,18	97	0,45	3,91	200	0,43	5,45	250	0,50
2000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

$$\begin{array}{cccc}
 2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 1,43 \cdot 10^{-3} & 2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3} \\
 l_E = 150 \text{ cm} & l_E = 100 \text{ cm} & l_E = 0 & l_E = 0
 \end{array}$$

Tabelle A 1-10: $c_s = 4 \text{ Vol\%}$; $d/2R = 0,14$; $Sc = 650$; $\angle \varphi = 0$

Re_R	$\frac{s}{R}$	$\frac{p_g/p_{f0}}{10^3}$	Sh_s	$\overline{C_d}$	$\frac{s}{R}$	$\frac{p_g/p_{f0}}{10^3}$	Sh_s	$\overline{C_d}$	$\frac{s}{R}$	$\frac{p_g/p_{f0}}{10^3}$	Sh_s	$\overline{C_d}$
10	-	1,35	-	4,0	-	0,14	-	1,46	-	4,2	-	0,40
20	-	1,82	-	4,4	-	0,28	-	1,95	-	4,5	-	0,41
50	0,22	2,47	-	5,3	-	0,37	0,20	2,57	-	6,0	-	0,42
100	0,17	2,92	3,02	6,5	7,3	0,44	0,15	2,95	3,05	7,0	7,3	0,37
200	0,13	3,40	3,44	9,0	9,3	0,48	0,11	3,40	3,44	9,0	9,3	0,51
300	-	3,67	3,67	10,7	10,8	0,42	-	3,68	3,68	10,7	10,8	0,43
500	0,09	3,98	3,99	13	13	0,43	0,08	4,04	4,04	14,5	14,5	0,43
1000	0,07	4,47	4,40	20	18	0,40	0,06	4,50	4,45	23	20	0,37

Tabelle A 1-11: $c_s = 1 \text{ Vol\%}$; $2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3}$; $l_E = 100 \text{ cm}$; $d/2R = 0,10$

50	0,18	-	-	-	-	-	0,15	-	-	-	-	-	0,13	-	-	-	-	-
100	0,14	3,10	3,12	7,6	7,7	0,37	0,12	3,75	3,60	13	11	0,66	0,11	3,90	3,90	13	13	0,80
200	0,11	3,51	3,60	9,2	10,1	0,41	0,09	4,12	4,00	15	13	0,59	0,08	4,37	4,32	18	17	0,70
300	-	0,80	3,80	12,2	12,2	0,37	-	4,32	4,26	17	16	0,53	-	4,62	4,57	23	21	0,65
500	0,07	-	4,20	15,5	16	0,35	0,06	4,58	4,56	25	23	0,52	0,05	4,85	4,80	38	35	0,61
1000	0,06	4,60	4,56	24	23	0,31	0,05	4,98	4,90	40	35	0,45	0,04	5,10	5,10	160	160	0,58

$$\Delta \varphi = 0,01 \text{ g/cm}^3$$

$$\Delta \varphi = 0,03 \text{ g/cm}^3$$

$$\Delta \varphi = 0,05 \text{ g/cm}^3$$

Tabelle A 1-12: $c_s = 1 \text{ Vol\%}$; $2R/l = 0,95 \cdot 10^{-3}$; $l_E = 100 \text{ cm}$; $d/2R = 0,14$

A 2 Fehlerrechnung

Der Größtfehler der dimensionslosen Konzentrationsdifferenz und der berechneten Sherwood-Kennzahl

Die dimensionslose Konzentrationsdifferenz $\bar{\xi}$ und die Sherwood-Kennzahl $Sh_{(1n)}$ lassen sich aus den Meßwerten berechnen nach

$$\bar{\xi} = 1 - \frac{\dot{V}_g}{V_f} \frac{C_S}{R^0 T} \frac{1}{\left(\frac{c_{f0}}{p_g} - \frac{1}{2} C_S \right) - \frac{C_S}{C_p} \frac{\dot{V}_g}{2\pi l} \ln \left(\frac{R+d_w}{R} \right)}$$

R^0 : allgemeine Gaskonstante

$$Sh_{1n} = \frac{1}{4} Re_R Sc \frac{2R/l}{\bar{\xi}} \cdot \ln \left(\frac{1}{\bar{\xi}} \right)$$

Für die gemessenen Größen werden die folgenden Abweichungen abgeschätzt oder, sofern entsprechende Meßreihen vorhanden, nach der Methode der kleinsten Quadrate* ermittelt (*):

Meßwerte

Gas-Volumenstrom	$\dot{V}_g$ [l/h]	$\pm 5,0\%$
*Flüssigkeits-Volumenstrom	$\dot{V}_f$ [l/h , cm ³ /s]	$\pm 3\%$
Temperatur	T [K]	$\pm 1\%$
Permeabilität	C_p [Mol/cm s atm]	$\pm 10\%$
*Löslichkeit	C_S [Mol/l atm]	$\pm 10\%$
*CO ₂ -Anfangskonzentration (flüssigkeitsseitig)	c_{f0} [Mol/l]	$\pm 10\%$
CO ₂ -Partialdruck (gasseitig)	p_g [atm]	$\pm 10\%$
Meßstreckenlänge	l [cm]	$\pm 0,5\%$
Innenradius des Membranschlauches	R [cm]	$\pm 2\%$
Außenradius des Membranschlauches	(R+d _w) [cm]	$\pm 4\%$
*kinematische Viskosität der reinen Flüssigkeit	ν_f [cm ² /s]	$\pm 0,5\%$

Literatur- und Rechenwerte

*kinematische Viskosität der Suspension (berechnet)	ν_s [cm ² /s]	$\pm 5\%$
Diffusionskoeffizienten der Übergangskomponente in der Flüssigkeit	D_f [cm ² /s]	$\pm 5\%$

Der geschätzte Fehler des Gas-Volumenstroms $\dot{V}_g$ beinhaltet Probleme der Thermostatisierung des Trägergases sowie - damit zusammenhängend - seiner Wasserdampfsättigung; hinzu kommt der Meßfehler des Rotameters.

Die Messung des flüssigkeitsseitigen Volumenstromes war vergleichsweise unproblematisch; Fehlerursachen sind durch die Bestimmung des Eichvolumens (anhand eines 50ml-Meßkolbens) sowie durch die automatische Zeitmessung gegeben.

Der Fehler der Löslichkeitskonstanten C_{sf} beruht im wesentlichen auf der fehlerbehafteten flüssigkeitsseitigen CO_2 -Analyse, worauf in Kapitel 3.3 bereits gesondert eingegangen wurde. Dem Fehler der Permeabilitätskonstanten C_p liegt zum einen die Messung der Gas-Volumenströme, zum anderen die gasseitige CO_2 -Analyse (URAS, Gasmischpumpe) zugrunde.

Die Einspannlänge des Membranschlauches wird mit einem Fehler von $\pm 5\%$ angesetzt; dieser Wert ergab sich aus den experimentellen Erfahrungen. Die Fehler der Durchmesser des eingespannten Membranschlauches folgen aus den bereits angesprochenen Messungen dieser Größen.

Auflistung der Einzelfehler von $\bar{x}$

Aus den Einzelfehlern ergibt sich nach dem Verfahren der Fehlerfortpflanzung der Größtfehler $\Sigma \frac{\partial \bar{x}}{\partial a} \Delta a$ bzw. der relative Größtfehler $1/\bar{x} \Sigma \frac{\partial \bar{x}}{\partial a} \Delta a$.

Meßgröße a	Standardabweichung	Größtfehler
$\dot{V}_g = 20 [l/h]$	1,00	$2,10 \cdot 10^{-3}$
$\dot{V}_f = 2,26 [l/h]$	$6,78 \cdot 10^{-2}$	$1,26 \cdot 10^{-3}$
$T = 293,15 [K]$	2,92	$0,19 \cdot 10^{-3}$
$C_p = 31,7 \cdot 10^{-9} \left[\frac{cm^3}{cm^3 s Torr} \right]$	$3,17 \cdot 10^{-9}$	$0,34 \cdot 10^{-3}$
$C_{Sf} = 29,3 \cdot 10^{-3} [Mol/l \cdot atm]$	$2,93 \cdot 10^{-3}$	$1,09 \cdot 10^{-6}$
$C_{f0} = 19,36 \cdot 10^{-3} [Mol/l \cdot atm]$	$1,94 \cdot 10^{-3}$	$4,21 \cdot 10^{-3}$
$p_g = 0,22 \cdot 10^{-2} [atm]$	$2,20 \cdot 10^{-4}$	$4,20 \cdot 10^{-3}$
$l = 200 [cm]$	0,5	$0,20 \cdot 10^{-6}$
$R = 0,072 [cm]$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$0,99 \cdot 10^{-6}$
$R+d_w = 0,153 [cm]$	$6,12 \cdot 10^{-3}$	$11,5 \cdot 10^{-6}$

$$\Sigma \frac{\partial \bar{x}}{\partial a} \Delta a = 12,0 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{1}{\bar{x}} \Sigma \frac{\partial \bar{x}}{\partial a} \Delta a = 0,021 \hat{=} \underline{+ 3,6\%}$$

=====

Nach demselben Verfahren ergeben sich die Fehler der dimensionslosen Kennzahlen für die feststofffreie und die feststoffhaltige Strömung:

	feststofffrei	Suspension
Re_R	$\underline{+ 6\%}$	$\underline{+ 6\%}$
Sc	$\underline{+ 6\%}$	$\underline{+ 10\%}$
$\frac{2R}{l}$	$+ 4,5\%$	
Sh_{ln}	$\underline{+ 13\%}$	$+ 22\%$

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß

- in die Berechnung von $\bar{\zeta}$ die Fehler der Konzentrationen der Übergangskomponente und die Fehler der Fluid-Volumenströme (Gas und Flüssigkeit/Suspension) am deutlichsten eingehen; daß jedoch
- für die Berechnung der Kennzahlen die Ungenauigkeiten der Stoffwerte (ν , D) die größte Rolle spielen.

A.3 Zur Definition des Stoffübergangskoeffizienten

Der Stoffübergangskoeffizient β ist in der Literatur nicht durchgängig einheitlich definiert. In jüngerer Zeit geht man dazu über, mit β allein den Anteil des Stofftransportes zu beschreiben, der aufgrund eines Konzentrationsgradienten durch molekulare Diffusion erfolgt (s. dazu /61/). Bei kleinen Stofftransportraten ist die Abhängigkeit von β von der Störung der Geschwindigkeits- und Konzentrationsverteilung durch den Stofftransport selbst vernachlässigbar. Dies trifft für die feststofffreie Poiseuille-Strömung zu, da die Membranwand den Hauptwiderstand für den Stofftransport darstellt und die sich in der Flüssigkeitsströmung einstellenden Konzentrationsgradienten klein sind.

Nach der Definition von Bird, Stewart und Lightfoot /61/ sind konvektive Stofftransportbeiträge, wie sie etwa aufgrund von freier Konvektion auftreten, mit spezifischen Korrekturfaktoren bei der Berechnung des Stoffübergangskoeffizienten zu berücksichtigen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit war eine solche Vorgehensweise nicht praktikabel, da der erhöhte Stoffübergang aufgrund der Anwesenheit der Feststoffpartikeln zunächst einmal erfaßt und beschrieben werden mußte. Die Entwicklung einer Modellvorstellung für den Stofftransportbeitrag inerter kugelförmiger Partikeln ergab sich erst als Folge der Ergebnisse der experimentellen Stoffübergangsuntersuchungen. Wie im Hauptteil der Arbeit ausgeführt, beruht die Wirkung der rotierenden Feststoffteilchen auf einem lokal begrenzten konvektiven Transportbeitrag mittels ihrer mitrotierenden Hüllschicht, der die Veränderung der örtlichen Konzentrationsgradienten in Richtung auf einen ebenfalls lokal verbesserten molekular-diffusiven Transport zur Folge hat. Eine entsprechende Korrektur des Stoffübergangskoeffizienten ist erst dann möglich und sinnvoll, wenn der Stofftransportbeitrag der Feststoffpartikeln unter Berücksichtigung der im Hauptteil genannten Probleme auch quantitativ erfaßbar ist.

A 4 Zur reibungsfreien Umströmung des rotierenden ebenen
Zylinders in einem ebenen, parabolischen
Geschwindigkeitsprofil

Das Strömungsverhalten viskoser Fluide wird durch das Differentialgleichungssystem der NSG und der Kontinuitätsgleichung vollständig beschrieben. Die Wahl geeigneter Anfangs- und Randbedingungen wird allerdings im vorliegenden Fall dadurch erschwert, daß im Fluid ein starrer Körper relativ zu der ebenfalls starren Wand bewegt wird, wobei an beiden Oberflächen die Haftbedingung erfüllt sein muß.

Befriedigende Lösungen für reale Strömungsprobleme von Fluiden geringer Viskosität (wie Wasser) lassen sich über einen Ansatz mit den reibungsfreien Bewegungsgleichungen idealer Fluide finden, wenn die Voraussetzung erfüllt ist, daß sich keine festen Berandungen in unmittelbarer Nähe des betrachteten Ortes befinden. Reibungsfrei strömende, ideale Fluide genügen im übrigen nur der Bedingung, daß die Normalkomponente ihrer Geschwindigkeit an einer festen Wand zu Null werden muß, die Tangentialkomponente bleibt unberührt. Nur in ausreichender Entfernung von der festen Wand stellt eine solche Annahme eine befriedigende Näherung für die Verhältnisse realer Fluide dar.

Das Problem der wirbelfreien Umströmung eines bewegten Zylinders mit Zirkulation kann in dem Fall, wenn die Viskosität des Fluids Null ist, als Potentialströmung behandelt werden. Bei der Überlagerung einer ebenen Zirkulationsströmung mit einer Translationsströmung ergeben sich die Geschwindigkeitspotentiale und Stromfunktionen (s. /31/, /57/) zu

$$\Phi = -U \left[r_s + \frac{(d/2)^2}{r_s} \right] \cos \varphi + \frac{\alpha \varphi}{2\pi}$$

$$\Psi = U \left[r_s - \frac{(d/2)^2}{r_s} \right] \sin \varphi - \frac{\alpha}{2\pi} \lg \frac{r_s}{d/2}$$

Darin ist U die Fluidgeschwindigkeit in sehr großer Entfernung vom Zylinder, r_s ist die Radialkoordinate des Zylinders, α die

Zirkulation und φ ist der von der "Rohrlängsachse" x_1 und r_s eingeschlossene Winkel. Es gilt:

$$r_2^2 = x_1^2 + x_2^2$$

(Die Achsenbezeichnungen entsprechen der Darstellung von Bild A-2).

Der Begriff der Zirkulation hat in der Theorie der reibungsbehafteten dreidimensionalen Strömungen keine reale Bedeutung*; sie ist keine

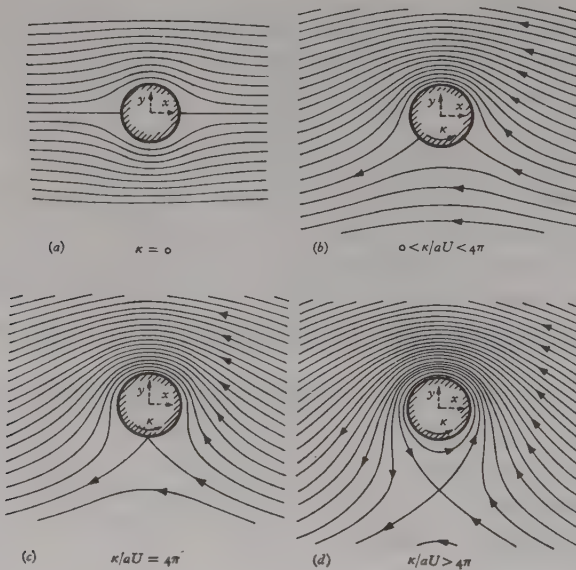


Bild A-1 Die wirbelfreie Umströmung eines Kreiszylinders in einer nicht-berandeten Translationsströmung $(-U, 0)$ $(-U, 0 \text{ für } \infty)$ mit Zirkulation κ (nach [31]).

*So sind die realen Kräfte, die z.B. die Bahnkurve eines unter-schnittenen Tennisballes bedingen, nicht nah verwandt mit der Quer-kraft, die in Abhängigkeit der Zirkulation auftritt. Die Aufwärts-bewegung aufgrund des Spins einer reibungsbehafteten Kugel ist verbun-den mit den unterschiedlichen Stellen auf ihrer oberen und unteren Oberfläche, an denen die Ablösung der Grenzschicht stattfindet; daraus folgt eine unterschiedliche Geschwindigkeits- und Druckverteilung auf ihrer Oberfläche.

Größe, die in einem Experiment zu kontrollieren wäre; dennoch wird sie durch die Winkelgeschwindigkeit und die Translationsgeschwindigkeit des Zylinders bestimmt. Wenn die Geschwindigkeit des ungestörten Fluids U klein ist gegen die Tangentialgeschwindigkeit des rotierenden Zylinders, kann keine Ablösung der Grenzschicht stattfinden, und die Zirkulation bleibt konstant; sie ist dann nach [31] gleich

$$\kappa = 2\pi (d/2)^2 \omega$$

(im Uhrzeigersinn: negatives Vorzeichen).

Es ist zu überprüfen, inwieweit die reibungsfreie, ebene Darstellung den realen Strömungsbedingungen für einen rotierenden ebenen Zylinder in einer Kanalströmung oder sogar denjenigen einer rotierenden Kugel im durchströmten Rohr genüge tun kann. Ohne Zweifel ist die Geschwindigkeit des ungestörten Fluids gegenüber derjenigen des umströmten Körpers sehr klein, dies gilt allerdings nur in seiner unmittelbaren Umgebung. Die Geschwindigkeit U ist im interessierenden Fall nur konstant bezüglich der Koordinate x_1 des Zylinders/der Kugel, die parallel zur Längsachse des Rohres durch r^+/R , also den Gleichgewichtsradius, verläuft. Sie ist nicht konstant hinsichtlich der Koordinate x_2 der Kugel. Bezogen auf den Gleichgewichtsradius r^+/R herrscht die Geschwindigkeitsverteilung

$$U \equiv \left(\frac{r^+2}{R^2} - \frac{r^2}{R^2} \right) = \frac{u_{10}}{u_0}.$$

Aus der Differentiation des Geschwindigkeitspotentials und mit

$$r_s = r^+/R - r/R$$

folgt für die Geschwindigkeit u_1 in Richtung der axialen Koordinate auf der Koordinate $x_2 = r/R - r^+/R$

$$\frac{u_1}{u} = \left(\frac{r^2}{R^2} - \frac{r^+2}{R^2} \right) \left[1 + \left(\frac{d/2R}{r^+/R - r/R} \right)^2 \right] + \left(\frac{d}{2R} \right)^2 \frac{r^+/R}{r^+/R - r/R}.$$

Die Geschwindigkeit u_1 setzt sich zusammen aus einer Komponente, die der Längsgeschwindigkeit des ungestörten Fluids äquivalent ist und aus einer Komponente, die der Tangentialgeschwindigkeit des rotierenden Körpers Rechnung trägt. Leitet man entsprechend das Geschwindigkeitspotential ab, so erhält man die Längsgeschwindigkeit des Fluids ohne die tangentielle Geschwindigkeitskomponente, und es gilt

$$\frac{\Delta u_1}{u_0} = \frac{r^+2}{R^2} - \frac{r^2}{R^2} - \left(\frac{d}{2R} \right)^2 \cdot \frac{r^+/R + r/R}{r^+/R - r/R}.$$

Also sollte die Differenz zwischen beiden Fluidgeschwindigkeiten der Tangentialgeschwindigkeit des rotierenden Körpers äquivalent sein. Für diese Differenz gilt:

$$\frac{\Delta u_{1\omega}}{u_0} = \left(\frac{d}{2R}\right)^2 \cdot \left[\frac{r^+/R + r/R}{r^+/R - r/R} \right]$$

Diese tangentielle Geschwindigkeitskomponente des Fluids ist am Zylinderumfang ($r_s, x_2 = \pm d/2$) deutlich größer als diejenige des rotierenden Zylinders mit

$$\frac{\omega r_s}{u_0} = \frac{r^+}{R} \left(\frac{r^+}{R} - \frac{r}{R} \right) = \frac{\Delta u_{s\omega}}{u_0}$$

Die tangentialen Geschwindigkeiten sind gleich in

$$\frac{r}{R} \delta_{1,2} = \frac{r^2}{R} \left[1 + \left(\frac{d/2R}{r^+/R} \right)^2 + \frac{d/2R}{r^+/R} \sqrt{3 + \left(\frac{d/2R}{r^+/R} \right)^2} \right]$$

Alle aufgeführten Geschwindigkeitskomponenten sind in Bild 6-1 im Abschnitt 6.1 dargestellt.

A 5 Die Oberflächengeschwindigkeiten einer rotierenden Kugel im Vergleich zur Geschwindigkeitsverteilung der ungestörten Laminarströmung

Im folgenden Abschnitt werden die Geschwindigkeitskomponenten an der Oberfläche der mit der Winkelgeschwindigkeit ω_s auf der Gleichgewichtsposition r^+ rotierenden Kugel mit den entsprechenden Geschwindigkeiten der ungestörten parabolischen Geschwindigkeitsverteilung verglichen. Die Längsgeschwindigkeit der Kugel sei identisch mit der Geschwindigkeit des ungestörten Fluids in r^+ . Das gewählte Koordinatensystem zeigt Bild A-2.

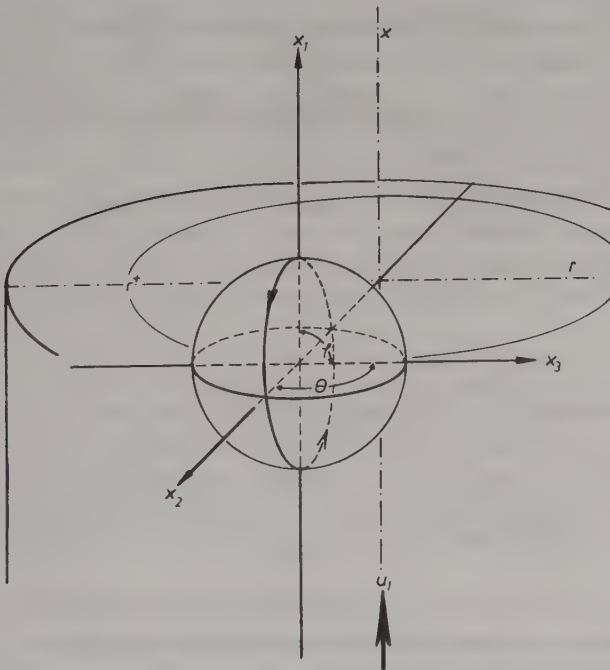


Bild A-2 Koordinatensystem der rotierenden Kugel im Rohr.

Über den Großkreis um die x_1 -Achse (parallel zur Rohr-Längsachse) sei die Richtung aller tangentialen Oberflächengeschwindigkeiten der Kugel identisch mit der Strömungsrichtung der ungestörten Laminarströmung.

Für die Tangentialgeschwindigkeit der Kugel gilt:

$$u_{1s} = u(r^+) + \omega \cdot x_3.$$

Mit

$$x_3 = \frac{d}{2} \sin \theta$$

ist

$$\frac{u_{1s}}{u_0} = 1 - \frac{r^{+2}}{R^2} + \frac{r^+}{R} \frac{d}{2R} \sin \theta.$$

Für das ungestörte Fluid gilt an denselben Stellen:

$$\frac{u_{10}}{u_0} = 1 - \frac{r^{+2}}{R^2} \left[1 + \left(\frac{d/2R}{r^+/R} \right)^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) - 2 \frac{d/2R}{r^+/R} \sin \theta \right].$$

Also unterscheidet sich die Tangentialgeschwindigkeit der Kugel von der des ungestörten Fluids um

$$\frac{\Delta u_1}{u_0} = \frac{u_{1s} - u_{10}}{u_0} = \left(\frac{d}{2R} \right)^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) - \frac{r^+}{R} \frac{d}{2R} \sin \theta.$$

Für die Schnittpunkte des Großkreises um x_2 mit dem Kugeläquator gilt mit

$$\theta = \pi/2, 3\pi/2: \quad \frac{\Delta u_1}{u_0} = \mp \frac{r^+}{R} \cdot \frac{d}{2R} + \left(\frac{d}{2R} \right)^2,$$

für die Pole mit

$$\theta = 0, \pi: \quad \frac{\Delta u_1}{u_0} = \left(\frac{d}{2R} \right)^2.$$

Wie bereits aus dem vorangestellten Abschnitt hervorging, ist die Fluidgeschwindigkeit an den Schnittpunkten mit dem Äquator größer ($x_2 = -d/2$) oder kleiner ($x_2 = +d/2$) als die Tangentialgeschwindigkeit der Kugel, woraus sich die Dicke der mitrotierenden hydrodynamischen Grenzschicht ergibt. Da das Geschwindigkeitsfeld des Fluids nicht axialsymmetrisch in bezug auf den Kugelmittelpunkt ist, bleibt eine Diskrepanz von insgesamt

$$\frac{\Delta(\Delta u_1)}{u_0} = 2 \left(\frac{d}{2R} \right)^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$$

oder

$$\text{für } \theta = \pi/2, 3\pi/2: \frac{\Delta(\Delta u_1)}{u_0} = 2 \left(\frac{d}{2R}\right)^2$$

zwischen dem kern-nahen und dem wand-nahen Schnittpunkt des Äquators mit x_2 . Denselben Wert erhält man für die Pole; hier weist nur der starre Körper die größere Längsgeschwindigkeit in bezug auf seine ungestörte unmittelbare Umgebung auf. Jener ist nur um $1/3(d/2R)^2$ größer als der Simha'sche Schlupf

$$\frac{\Delta u_{Si}}{u_0} = \frac{2}{3} \left(\frac{d}{2R}\right)^2$$

Aufgrund der Gültigkeit der Haftbedingung in reibungsbehafteten Fluiden kann die o.g. Geschwindigkeitsdifferenz (als "Sprung" zwischen dem starren Körper und dem umströmenden Fluid) nicht existieren. Als Ausweg bleibt entweder eine veränderte Kugelumströmung mit einer deutlicheren Störung der Strömung in unmittelbarer Nachbarschaft der Kugel, etwa durch das Auftreten zusätzlicher Geschwindigkeitskomponenten (u_2 in x_2 -Richtung), oder aber das Auftreten einer Schlupfgeschwindigkeit der Größenordnung des Simha'schen Schlupfes

$$\frac{\Delta u_s}{u_0} = \left(\frac{d}{2R}\right)^2$$

Geht man davon aus, daß die so berechnete "Unschärfe" der Geschwindigkeit bzw. der Grenzschichtdicke (proportional $(d/2R)^2$) durch eine dieser beiden Möglichkeiten kompensiert wird, so erhält man für die Hüllschicht um die Kugel über den Großkreis um die x_2 -Koordinate eine Ellipse (illustriert in Bild 6-3) mit den Hauptachsen

$$x_3 = \pm (d/2R), \quad x_2 = \pm (d/2R + \delta_{1,2}/R)$$

Im Unterschied zu den Tangentialgeschwindigkeiten der Kugel über den Großkreis um die x_2 -Koordinate weisen alle Punkte des Großkreises um die x_2 -Achse eine Geschwindigkeit u_2 in Richtung der x_2 -Koordinate auf. Es gilt:

$$\frac{u_{2s}}{u_0} = \omega \cdot x_3 \cos \varphi = \frac{r^+ d}{R \cdot 2R} \cos \varphi$$

Für die Geschwindigkeit u_2 des ungestörten Fluids gilt

$$\frac{u_{20}}{u_0} = 0 \quad ,$$

Damit ist die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen ungestörtem Fluid und der Tangentialgeschwindigkeit der Kugel

$$\frac{\Delta u_2}{u_0} = \frac{u_2 - u_{20}}{u_0} = \frac{r^+}{R} \frac{d}{2R} \cos \varphi \quad .$$

Also ist für die Schnittpunkte des Großkreises um x_2 mit dem Äquator bzw. mit

$$x_1 = \pm \frac{d}{2} \quad \varphi = 0, \pi : \quad \frac{\Delta u_2}{u_0} = \pm \frac{r^+}{R} \frac{d}{2R}$$

und für die Pole mit

$$x_3 = \mp \frac{d}{2} \quad \varphi = \pi/2, 3\pi/2 : \quad \frac{\Delta u_2}{u_0} = 0 \quad .$$

Die oben bereits beschriebene - unter Berücksichtigung der Störung $(d/2R)^2$ - ellipsoide hydrodynamische Grenzschicht ergibt sich also auch für den Großkreis um die x_2 -Koordinate der Kugel und die Geschwindigkeit u_2 . Damit haben die Kugel und ihre mitrotierende Hüllschicht die Form eines Ellipsoids mit der Hauptachse der Länge $\pm d/2R$ in Richtung der Pole und den beiden Achsen $\pm (d/2R + \delta_{1,2})$ senkrecht dazu in Richtung der Rohr-Längsachse wie auch in Richtung der radialen Rohrkoordinate r (s. Bild 6-3). Die Hüllschicht erhält also ihre größte Ausdehnung in Richtung des Stofftransportbeitrages der rotierenden Kugel.

A 6 Vergleich der Meßdaten von Singh-Ahuja /3/ und Obermayer /45/ mit den eigenen Werten

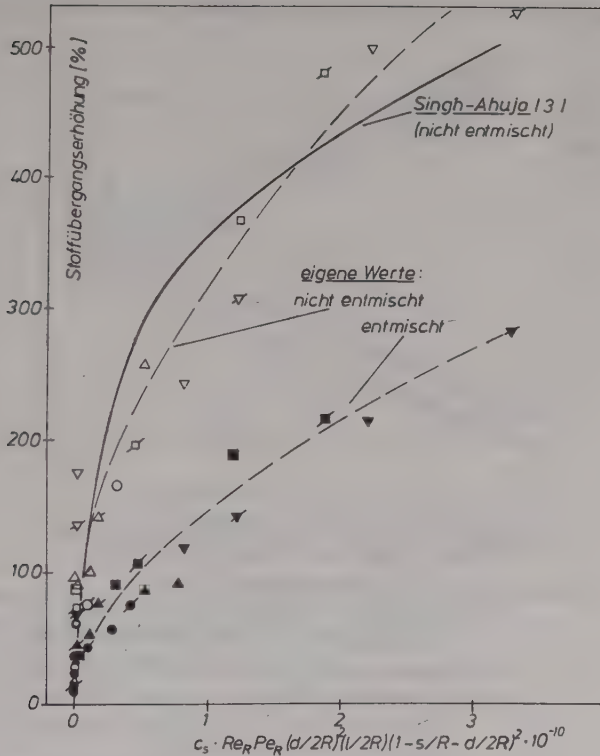


Bild A-3 Vergleich der Meßergebnisse ($\Delta p = 0$)

a) eigene Werte für $(Sh_s/Sh_0)-1$ [%] mit

$c_s = 1 \text{ Vol\%}$: $d/2R = 0,10$; $l = 100 \text{ cm}$: $\bullet$; $l = 150 \text{ cm}$: $\circ$;
 $d/2R = 0,14$: $\triangle$; " : ∇ ;
 $c_s = 4 \text{ Vol\%}$: $d/2R = 0,10$: $\square$; " : $\diamond$;
 $d/2R = 0,14$: $\blacktriangledown$; " : $\blacktriangledup$;

b) Ausgleichskurve von Singh-Ahuja /3/ für $(D_{\text{trax}}/D_{\text{stat}})-1$ [%]
 mit $c_s = 7,5 \text{ Vol\%}$; $0,033 \leq d/2R \leq 0,075$;
 $101 \text{ cm} \leq l \leq 288 \text{ cm}$.

Übergangskomponente: Helium.

Die Übereinstimmung der eigenen Ergebnisse mit den Werten von Singh-Ahuja erscheint überaus befriedigend, berücksichtigt man die in Abschnitt 2 diskutierten Unzulänglichkeiten der Versuchsführung bei /3/

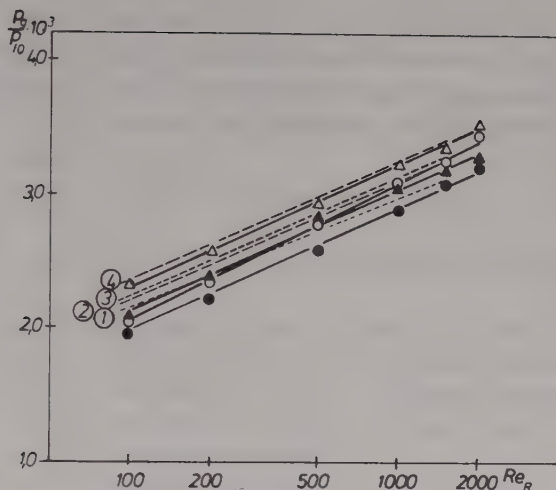


Bild A-5 Vergleich der Meßergebnisse für $c_s = 1 \text{ Vol\%}$; $l = 100 \text{ cm}$;
 $\Delta \varphi = 0$

- a) eigene Werte für $d/2R_0 = 0,10$ $\circ$ und $0,14$ $\triangle$;
 $l_E = 150 \text{ cm}$ $\triangle$; $l_E = 0$ $\circ$; Ausgleichsgeraden —
b) Ausgleichsgeraden von Obermayer [45] (-----)

- mit
① $d/2R_0 = 0,10$; $l_E = 200 \text{ cm}$; ② $l_E = 0$
③ $d/2R_0 = 0,15$; $l_E = 200 \text{ cm}$; ④ $l_E = 0$ *)

*) nur: $c_{p0} = 15,3 \cdot 10^3 \text{ Mol/l}$; die Ausgleichsgerade selbst liegt unrealistisch niedrig; realistische Werte nur für diese Ausgangskonzentration.

Weitergehende Vergleiche sind nur schwer möglich, da die Obermayer'schen Meßreihen untereinander (vor allem bei den Suspensionsversuchen) viel zu große Streuungen aufweisen (was in Bild A-5 nicht zum Tragen kommt, da hier - mit Ausnahme einer Meßreihe - nur die Mittelwerte dokumentiert sind). Die in [45/ (Anhang) zusammengestellten Einzelergebnisse deutend darauf hin, daß Obermayer Probleme mit der Bestimmung des CO_2 -Gehaltes der flüssigen (bzw. der Trägergas-)Phase hatte. Obermayer weist ferner selbst darauf hin, daß seine vorgeschalteten stoffüber-

gangsfreien Einlaufstrecken offensichtlich nicht ihren Zweck erfüllten. Dies mag darauf zurückzuführen gewesen sein, daß er die deutliche Verringerung des Innendurchmessers, die der elastische Membranschlauch durch den Einspannvorgang erfährt, nicht bei der Konstruktion der stoffübergangsfreien Einlaufstrecken berücksichtigte.

Lebenslauf

Name	Brigitte Haase
13. 3. 1955	geboren in Hamm/Westf. als Tochter von Inge und Gerhard Haase, Dipl.-Handelslehrer/in
1961 bis 1965	Besuch der Grundschule in Hamm
1965 bis 1973	Besuch des Beisenkamp-Gymnasiums in Hamm
1973 bis 1979	Studium der Chemie an der TU Clausthal
1978/79	Anfertigung der Diplomarbeit auf dem Gebiet der Chemilumineszenz organischer Verbindungen bei Prof. Dr. K. D. Gundermann im Organisch-Chemischen Institut
1979	Erlangung des Diploms
seit 1980	Wissenschaftliche Mitarbeiterin im Bereich Verfahrenstechnik - Fachbereich Produktionstechnik der Universität Bremen; Arbeitsgebiet: "Stoffübergang in Mehrphasenströmungen". Forschungstätigkeit im Auftrag der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der GKSS (Geesthacht).

